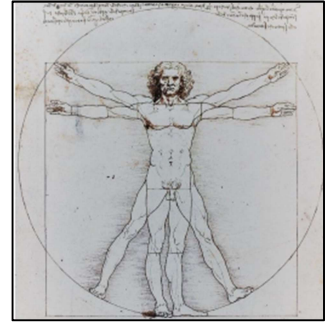


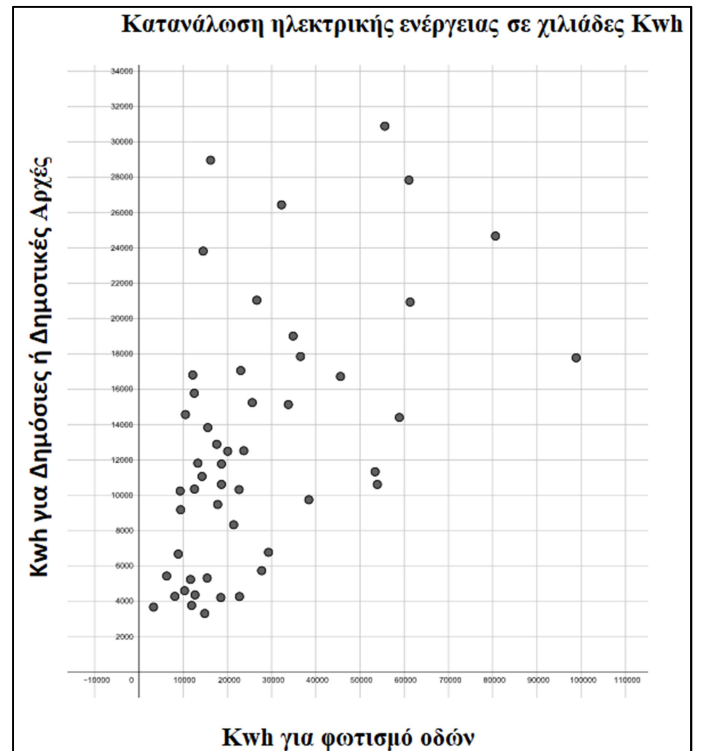
2.7 Γραμμική συσχέτιση ποσοτικών μεταβλητών και διαγράμματα διασποράς

1. Στο παρακάτω διάγραμμα διασποράς παρουσιάζεται η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας X για το φωτισμό των οδών στους 50 νομούς της Ελλάδας (εκτός του νομού Αττικής και Θεσσαλονίκης), σε σχέση με την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Y για τις Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές.

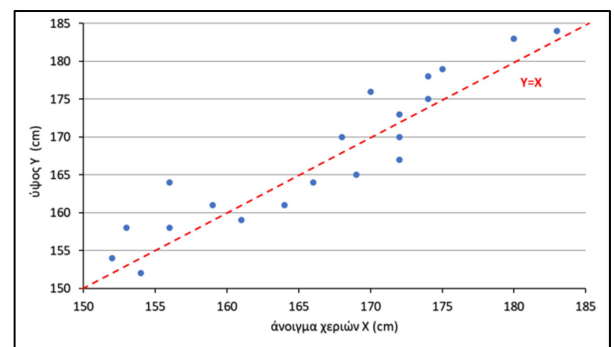


- α) Να ομαδοποιήσετε την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Y που απαιτείται για τη χρήση σε Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές σε κλάσεις πλάτους 4.000, ξεκινώντας από την κλάση $[2.000, 6.000)$ και να φτιάξετε τον πίνακα συχνοτήτων f_i και σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$.

- β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων για την μεταβλητή Y .



2. Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι, στο σχέδιο του «Ο Άνθρωπος του Βιτρούβιου», ισχυρίζεται ότι το άνοιγμα των χεριών ενός ατόμου και το ύψος του είναι περίπου ίσα. Θέλοντας να το διερευνήσει αυτό, μια ομάδα μαθητών ενός Λυκείου επέλεξε τυχαία ένα δείγμα 20 συμμαθητών τους και μέτρησε, σε cm, το άνοιγμα των χεριών και το ύψος τους. Με τα δεδομένα αυτά η ομάδα των μαθητών κατασκεύασε το παρακάτω διάγραμμα διασποράς και την ευθεία $Y = X$ στο ίδιο σχήμα.



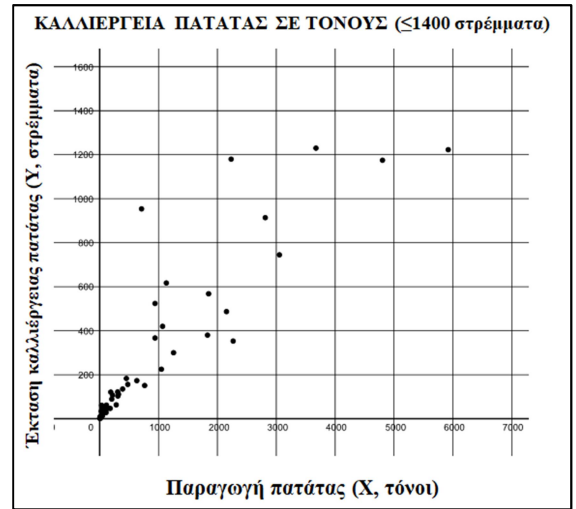
- α) Στην έρευνα των μαθητών ποιες είναι οι μεταβλητές και ποιο το είδος τους;
- β) Οι μαθητές υπολόγισαν ότι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των παραπάνω μεταβλητών είναι $r = 0,93$. Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Λεονάρντο ντα Βίντσι;

γ) Να σχεδιάσετε την ευθεία που προσαρμόζεται «με το μάτι» στα δεδομένα.

δ) Ένας από τους μαθητές του Λυκείου που δεν συμμετείχε στην έρευνα, έχει άνοιγμα χεριών 170 cm.

Να εκτιμήσετε ποιο θα είναι περίπου το ύψος του.

3. Στο διπλανό διάγραμμα διασποράς φαίνεται η παραγωγή πατάτας (X) σε σχέση με την έκταση (Y) στην οποία παράγεται, για 50 περιοχές της Ελλάδας από ολόκληρη την επικράτεια, των οποίων η έκταση δεν ξεπερνάει τα 1.400 στρέμματα. Η παραγωγή της πατάτας (μεταβλητή X) είναι μετρημένη σε τόνους και η έκταση (μεταβλητή Y) είναι μετρημένη σε στρέμματα.



- α) Η παραγωγή της πατάτας σε τόνους, ομαδοποιήθηκε στις κλάσεις $[0,1.000)$, $[1.000,2.000)$, $[2.000,3.000)$, $[3.000,4.000)$, $[4.000,5.000)$, $[5.000,6.000)$. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω διάγραμμα.

Κλάσεις με παραγωγή σε τόνους	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Σχετική συχνότητα % $f_i \%$
$[0,1.000)$			
$[1.000,2.000)$			
$[2.000,3.000)$			
$[3.000,4.000)$			
$[4.000,5.000)$			
$[5.000,6.000)$	1	0,02	2
Σύνολο	50	1	100

- β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων για την μεταβλητή X.

γ) Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης r μεταξύ των μεταβλητών (X) και (Y), όπου (X) είναι η παραγωγή πατάτας σε τόνους και (Y) είναι η έκταση σε στρέμματα στην οποία παράγονται οι πατάτες, θα είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

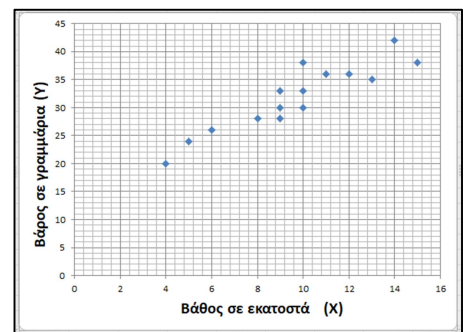
4. Ένας γεωπόνος, κατά την καλλιέργεια ενός είδους ντομάτας σε ένα συγκεκριμένο τύπο εδάφους, χρησιμοποίησε διαφορετικές ποσότητες ενός λιπάσματος (σε γραμμάρια ανά φυτό). Κατά τη συγκομιδή κατέγραψε τα αντίστοιχα βάρη των καρπών της ντομάτας (σε γραμμάρια) τα οποία δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

λίπασμα (γρ.)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ντομάτα (γρ.)	110	150	150	160	180	230	230	245	245	250

- α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς μεταξύ της ποσότητας λιπάσματος ανά φυτό και του βάρους της ντομάτας.
- β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.
- γ) Να εκτιμήσετε την ποσότητα λιπάσματος ανά φυτό που απαιτείται, για την παραγωγή ντομάτας με αναμενόμενο βάρος 200 γραμμάρια.
- δ) Εξηγήστε γιατί η ευθεία του ερωτήματος (β) δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του αναμενόμενου βάρους ντομάτας, στην οποία θα χρησιμοποιηθεί 70 γραμμάρια λίπασμα.
5. Στον παρακάτω πίνακα η μεταβλητή Y , παριστάνει την πρωινή συστολική αρτηριακή πίεση (σε mmHg) ενός ατόμου και η μεταβλητή X , παριστάνει την αντίστοιχη εσωτερική θερμοκρασία του περιβάλλοντος (σε $^{\circ}\text{C}$).

Θερμοκρασία X	5	8	10	12	15	16	17	20	22	23
Συστολική Πίεση Y	127	135	125	130	118	132	125	131	132	123

- α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών X και Y .
- β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.
- γ) Δίνεται ότι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των X και Y είναι $r = -0,1$.
- Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των X και Y .
 - Να ερμηνεύσετε τη συσχέτιση της συστολικής αρτηριακής πίεσης με την αντίστοιχη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.
6. Δίνεται το διπλανό διάγραμμα διασποράς δύο ποσοτικών μεταβλητών X και Y . Η μεταβλητή X παριστάνει το βάθος μέσα στην άμμο σε εκατοστά στο οποίο αλιεύθηκε ένα μύδι, και η μεταβλητή Y παριστάνει το βάρος σε γραμμάρια του μυδιού.
- α) Με βάση το παραπάνω διάγραμμα να επιλέξετε ποιος μπορεί να είναι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των μεταβλητών



X και Y από αυτούς που δίνονται παρακάτω.

i. $r_1 = -1$

ii. $r_2 = -0,7$

iii. $r_3 = 0,9$

iv. $r_4 = 1$

Να δικαιολογήσετε λεκτικά την απάντησή σας.

β) Ένας μαθητής σχεδίασε την διπλανή ευθεία προσαρμοσμένη στα δεδομένα «με το μάτι». Με βάση αυτή την ευθεία να εκτιμήσετε:

i. Ποιο είναι το αναμενόμενο βάρος του μυδιού σε βάθος 6 εκατοστά;

ii. Σε τι βάθος προσδοκούμε να βρούμε ένα μύδι με αναμενόμενο βάρος 36 γραμμάρια;

