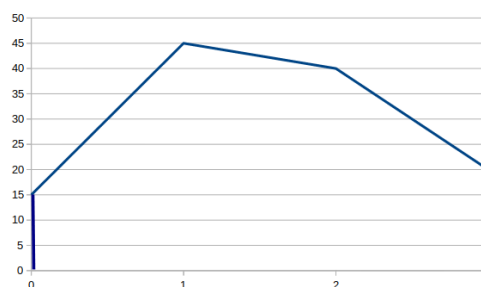


## 1. ΘΕΜΑ\_2\_34434

Στο διπλανό πολύγωνο συχνοτήτων φαίνεται πόσοι μαθητές ενός δείγματος της Γ' Λυκείου ενός ΕΠΑΛ βαθμολογήθηκαν με άριστα σε 0, 1, 2 ή 3 μαθήματα από τα τέσσερα των πανελλαδικών εξετάσεων.

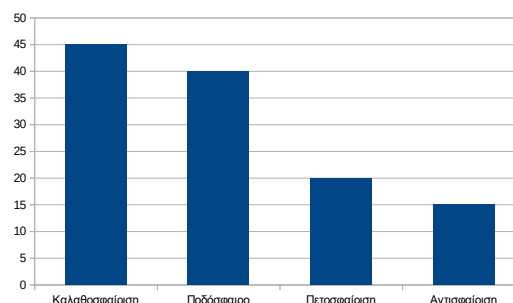


α) Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος αυτού.

β) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες  $f_1, f_2, f_3, f_4$  του πλήθους των μαθητών, οι οποίοι βαθμολογήθηκαν με άριστα σε 0, 1, 2 ή 3 μαθήματα αντίστοιχα.

## 2. ΘΕΜΑ\_2\_34432

Στο διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων φαίνεται πόσοι μαθητές της Γ' Λυκείου ενός ΕΠΑΛ επέλεξαν καθένα από τέσσερα αθλήματα για να διαγωνιστούν στο σχολικό πρωτάθλημα. Αξίζει να σημειωθεί ότι καθένας από τους μαθητές επέλεξε ένα μόνο από τα αθλήματα.

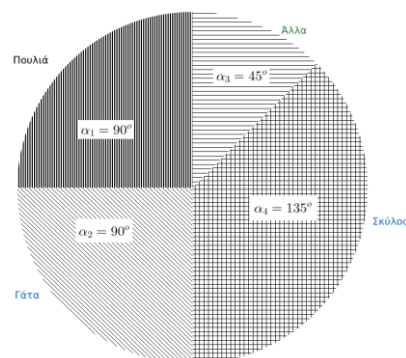


α) Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών της Γ' λυκείου αυτού του ΕΠΑΛ.

β) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες  $f_1, f_2, f_3, f_4$  καθενός από τα αθλήματα που επέλεξαν οι μαθητές.

## 3. ΘΕΜΑ\_2\_34431

Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα φαίνονται σε μοίρες τα μέτρα των γωνιών  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  τα οποία αντιστοιχούν στους τέσσερις κυκλικούς τομείς, σχετικά με το αγαπημένο κατοικίδιο των μαθητών της Γ' λυκείου ενός ΕΠΑΛ.



α) Να υπολογίσετε τις σχετικές συχνότητες  $f_1, f_3$  αυτών που προτιμούν πουλιά ή άλλα κατοικίδια αντίστοιχα.

β) Αν το σύνολο των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν  $n = 120$ , να βρείτε πόσοι μαθητές της τάξης αυτής προτιμούν τα πουλιά για κατοικίδιο.

## 4. ΘΕΜΑ\_2\_32245

Στον διπλανό πίνακα φαίνεται σε ευρώ, το ποσό που ξόδεψαν 20 μαθητές στο κυλικείο του σχολείου τους, στη διάρκεια μιας μέρας.

α) Να μεταφέρετε τον πίνακα στην κόλλα σας, και να συμπληρώσετε τα κενά.

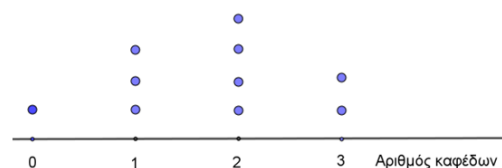
| Ποσό σε ευρώ<br>$x_i$ | $n_i$ | $N_i$ | $f_i$ | $f_i\%$ |
|-----------------------|-------|-------|-------|---------|
| 0                     | 1     |       |       |         |
| 1                     | 9     |       |       |         |
| 2                     | 8     |       |       |         |
| 3                     | 2     |       |       |         |
| Σύνολο                | 20    |       |       |         |

β) Πόσοι μαθητές ξόδεψαν τη συγκεκριμένη ημέρα, το πολύ 2 ευρώ;

γ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που ξόδεψαν τη συγκεκριμένη ημέρα, τουλάχιστον 2 ευρώ;

## 5. ΘΕΜΑ\_2\_35777

Στο διπλανό σημειόγραμμα, βλέπουμε τον αριθμό των καφέδων που πίνουν οι 10 υπάλληλοι μιας ιδιωτικής εταιρείας κάθε ημέρα στην εργασία τους.



α) Μελετώντας το σημειόγραμμα να συμπληρώσετε τα κενά στον παρακάτω πίνακα.

| Αριθμός καφέδων<br>$x_i$ | Αριθμός υπαλλήλων<br>$\nu_i$ | Σχετική συχνότητα<br>$f_i$ |
|--------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 0                        |                              |                            |
| 1                        |                              |                            |
| 2                        |                              |                            |
| 3                        |                              |                            |
| ΣΥΝΟΛΟ                   | 10                           | 1                          |

β) Να βρείτε τον αριθμό των υπαλλήλων της εταιρείας, που πίνουν κάθε ημέρα στην εργασία τους το πολύ 2 καφέδες.

γ) Να βρείτε το ποσοστό των υπαλλήλων της εταιρείας, που πίνουν κάθε ημέρα στην εργασία τους 3 καφέδες.

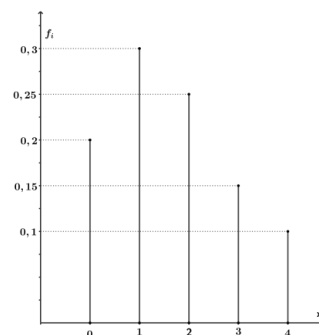
## 6. ΘΕΜΑ\_2\_34813

Ο αριθμός των ετήσιων επισκέψεων (άξονας των  $x$ ) ενός δείγματος 160 μαθητών ενός σχολείου στα διάφορα μουσεία της χώρας δίνεται από το διπλανό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων. Για το δείγμα αυτό να βρείτε:

α) το ποσοστό των μαθητών που έκανε ακριβώς δύο επισκέψεις ετησίως,

β) πόσοι μαθητές πραγματοποίησαν ακριβώς μία επίσκεψη ετησίως,

γ) το ποσοστό των μαθητών που έκανε δύο τουλάχιστον επισκέψεις ετησίως,



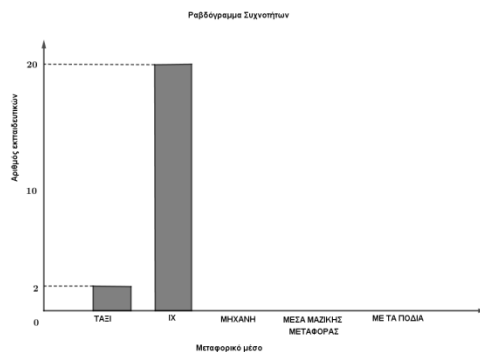
## 7. ΘΕΜΑ\_2\_33626

Οι 50 εκπαιδευτικοί ενός σχολείου μιας μεγάλης πόλης, για να μεταβούν στη δουλειά τους (στο σχολείο), χρησιμοποιούν τα εξής μέσα: 2 χρησιμοποιούν TAXI, 20 χρησιμοποιούν το ιδιωτικό τους ΙΧ, 10 πηγαίνουν με τη ΜΗΧΑΝΗ τους, 14 χρησιμοποιούν τα ΜΕΣΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ και 4 που μένουν κοντά στο σχολείο, πηγαίνουν με τα ΠΟΔΙΑ.

α) Αν  $x_i$  είναι οι τιμές της μεταβλητής  $X$ : «μεταφορικό μέσο των καθηγητών» και  $\nu_i$  το πλήθος των καθηγητών που το χρησιμοποιεί, να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε για τα παραπάνω δεδομένα τον διπλανό πίνακα.

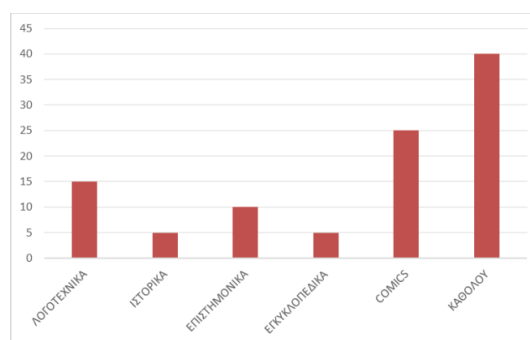
| Μεταφορικό Μέσο<br>$x_i$ | Αριθμός Εκπαιδευτικών<br>$\nu_i$ |
|--------------------------|----------------------------------|
|                          |                                  |
|                          |                                  |
|                          |                                  |
|                          |                                  |
| ΣΥΝΟΛΟ                   | 50                               |

- β) Αφού μεταφέρετε το παρακάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων στην κόλλα σας, να βάλετε τα αριθμητικά δεδομένα που σας χρειάζονται στον κατακόρυφο άξονα και να σχεδιάσετε τις ράβδους που λείπουν.



## 8. ΘΕΜΑ\_2\_34766

Δίνεται το διπλανό ραβδόγραμμα συχνοτήτων για το διάβασμα βιβλίων μαθητών γυμνασίου. Κάθε μαθητής απάντησε για ένα μόνο είδος βιβλίου ή «ΚΑΘΟΛΟΥ» αν δεν διαβάζει κανένα βιβλίο. Ο κατακόρυφος άξονας περιέχει τον αριθμό των μαθητών και ο οριζόντιος άξονας τα είδη των βιβλίων.



- α) Ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος των μαθητών

γυμνασίου που συμμετέχουν στην έρευνα, όπως φαίνεται από το ραβδόγραμμα;

- β) Πόσοι μαθητές διαβάζουν λογοτεχνικά βιβλία και πόσοι επιστημονικά;

- γ) i. Πόσοι μαθητές διαβάζουν βιβλία;

ii. Τι ποσοστό μαθητών δεν διαβάζει καθόλου βιβλία;

## 9. ΘΕΜΑ\_2\_34354

Στον επόμενο πίνακα σχετικών συχνοτήτων, φαίνεται η κλιμάκωση των γραπτών βαθμών του συνόλου των μαθητών της Γ' Λυκείου στο μάθημα των Μαθηματικών το προηγούμενο σχολικό έτος.

| Κλάσεις<br>[ - ) | Σχετική Συχνότητα<br>f <sub>i</sub> % |
|------------------|---------------------------------------|
| 0-4              | 10                                    |
| 4-8              | 10                                    |
| 8-12             |                                       |
| 12-16            | 35                                    |
| 16-20            | 15                                    |

- α) Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 8 και μικρότερο του 12.

- β) Αν οι μαθητές που έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 12 είναι 42.400 να υπολογίσετε το πλήθος του συνόλου των μαθητών.

- γ) Πόσοι μαθητές έγραψαν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 16;

## 10. ΘΕΜΑ\_2\_32246

Στον παρακάτω πίνακα, δίνεται ο αριθμός των μαθητών ενός τμήματος του σχολείου με 25 μαθητές, που απουσίασαν από 0 έως και 5 ημέρες στη διάρκεια του προηγούμενου χειμώνα.

| Ημέρες απουσίας | Αριθμός μαθητών που απουσίασε |
|-----------------|-------------------------------|
| 0               | 10                            |
| 1               | 2                             |
| 2               | 2                             |
| 3               | $\kappa$                      |
| 4               | 2                             |
| 5               | 1                             |

- α) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών  $\kappa$ , που απουσίασε από το σχολείο 3 ημέρες.  
 β) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που δεν απουσίασε από το σχολείο.  
 γ) Να βρείτε τον αριθμό των μαθητών που απουσίασε τουλάχιστον 1 ημέρα από το σχολείο.

## 11. ΘΕΜΑ\_3\_34921

Οι 50 εκπαιδευτικοί ενός σχολείου μιας μεγάλης πόλης, για να μεταβούν στη δουλειά τους (στο σχολείο), χρησιμοποιούν τα εξής μέσα: 2 χρησιμοποιούν TAXI, 20 χρησιμοποιούν το ιδιωτικό τους ΙΧ, 10 πηγαίνουν με τη ΜΗΧΑΝΗ τους, 14 χρησιμοποιούν τα ΜΕΣΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ και 4 που μένουν κοντά στο σχολείο, πηγαίνουν με τα ΠΟΔΙΑ.

- α) Αν  $x_i$  είναι οι τιμές της μεταβλητής  $X$ : «μεταφορικό μέσο των καθηγητών» και  $v_i$  το πλήθος των καθηγητών που το χρησιμοποιεί, να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε για τα παραπάνω δεδομένα τον διπλανό πίνακα.

| Μεταφορικό Μέσο<br>$x_i$ | Αριθμός Εκπαιδευτικών<br>$v_i$ |
|--------------------------|--------------------------------|
|                          |                                |
|                          |                                |
|                          |                                |
|                          |                                |
|                          |                                |
| ΣΥΝΟΛΟ                   | 50                             |

- β) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.  
 γ) Να βρείτε τη σχετική συχνότητα για το κάθε μέσο μεταφοράς και να γράψετε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που χρησιμοποιεί το κάθε μέσο.

## 12. ΘΕΜΑ\_4\_34816

Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται το μορφωτικό επίπεδο των 1.200 εργαζομένων μιας επιχείρησης χωρισμένο σε πέντε κατηγορίες.

Α' Κατηγορία: Απόφοιτοι Γυμνασίου

Β' Κατηγορία: Απόφοιτοι Λυκείου

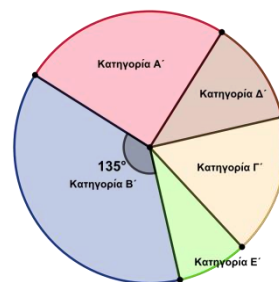
Γ' Κατηγορία: Πτυχιούχοι Ανώτατης Εκπαίδευσης

Δ' Κατηγορία: Κάτοχοι Μεταπτυχιακού Τίτλου

Ε' Κατηγορία: Κάτοχοι Διδακτορικού Τίτλου

Κάθε εργαζόμενος ανήκει σε μία μόνο από τις κατηγορίες αυτές.

Στις κατηγορίες Α' και Δ' ανήκει το 25% και το 12,5% των εργαζομένων αντίστοιχα.



Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στους εργαζόμενους της Β' κατηγορίας είναι  $135^\circ$ .

Τέλος οι εργαζόμενοι της Γ' κατηγορίας είναι διπλάσιοι από τους εργαζόμενους της Ε' κατηγορίας.

α) Να αποδειχθεί ότι οι εργαζόμενοι στην κατηγορία Β' είναι 450 .

β) Να υπολογίσετε τον αριθμό των εργαζομένων σε κάθε κατηγορία.

γ) i. Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα σε ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

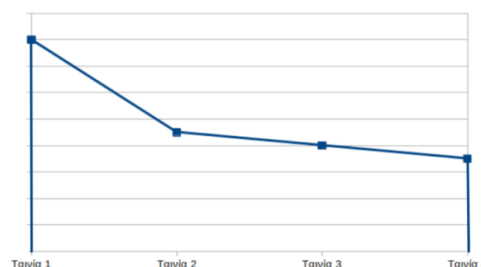
ii. Εάν συνταξιοδοτηθούν όλοι οι εργαζόμενοι της κατηγορίας Γ' τι ποσοστό των εργαζομένων της εταιρείας θα αντιπροσωπεύουν πλέον οι εργαζόμενοι της κατηγορίας Ε' ;

### 13. ΘΕΜΑ\_4\_34733

Σε έναν κινηματογράφο τα εισιτήρια που έκοψαν τέσσερις ταινίες τον μήνα Νοέμβριο φαίνονται στον διπλανό πίνακα:

|          |     |
|----------|-----|
| Ταινία 1 | 150 |
| Ταινία 2 | 130 |
| Ταινία 3 | 70  |
| Ταινία 4 | 50  |

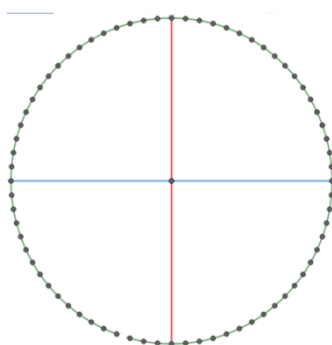
α) Ένας μαθητής κατασκεύασε το επόμενο πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων % για τους θεατές που παρακολούθησαν τον μήνα Νοέμβριο τις παραπάνω ταινίες. Να αιτιολογήσετε αν το πολύγωνο αυτό είναι σωστό ή λανθασμένο.



β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| Ταινία   | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα $f_i$ |
|----------|-----------|-------------------------|
| Ταινία 1 | 150       |                         |
| Ταινία 2 | 130       |                         |
| Ταινία 3 | 70        |                         |
| Ταινία 4 | 50        |                         |
| Σύνολο   |           |                         |

γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες τη γωνία που θα αντιστοιχεί σε ένα κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων για καθεμία από τις παραπάνω ταινίες. Στη συνέχεια να κατασκευάσετε ένα κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων, χρησιμοποιώντας τον παρακάτω κυκλικό δίσκο, ο οποίος είναι χωρισμένος σε τόξα  $5^\circ$ .



#### 14. ΘΕΜΑ\_4\_32259

Στον διπλανό πίνακα δίνεται ο αριθμός των παγωτών που κατανάλωσαν οι μαθητές της Γ' τάξης ενός σχολείου στη διάρκεια της πενθήμερης εκδρομής τους. Δίνεται το  $f_4\% = 10$  και ότι το 40% των μαθητών δεν έφαγε παγωτό.

- α) Να δείξετε ότι η αθροιστική σχετική συχνότητα  $F_1\% = 40$  και η σχετική συχνότητα  $f_3 = 0,2$ .
- β) Να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών που συμμετείχαν στην εκδρομή, είναι  $n = 50$ .
- γ) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τα κενά.
- δ) Πόσοι μαθητές έφαγαν τουλάχιστον ένα παγωτό;

| Αριθμός<br>Παγωτών<br>$x_i$ | $n_i$ | $f_i$ | $f_i\%$ | $N_i$ | $F_i\%$ |
|-----------------------------|-------|-------|---------|-------|---------|
| 0                           |       |       |         |       |         |
| 1                           |       |       |         |       | 70      |
| 2                           | 10    |       |         |       | 90      |
| 3                           |       |       | 10      |       | 100     |
| Σύνολο                      |       |       | 100     |       |         |

#### 15. ΘΕΜΑ\_4\_32253

Οι 20 μαθητές της ΣΤ' Δημοτικού, ενός σχολείου, που πήραν μέρος σε ένα ετήσιο διαγωνισμό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, πήραν τους παρακάτω βαθμούς (κλίμακα 0 – 10).

4 , 10 , 8 , 8 , 5 , 6 , 9 , 7 , 8 , 9 , 10 , 9 , 5 , 6 , 6 , 7 , 8 , 8 , 7 , 6

- α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| Βαθμός<br>$x_i$ | $n_i$ | $N_i$ | $f_i\%$ | $F_i\%$ |
|-----------------|-------|-------|---------|---------|
| 4               |       |       |         |         |
| 5               |       |       |         |         |
| 6               |       |       |         |         |
| 7               |       |       |         |         |
| 8               |       |       |         |         |
| 9               |       |       |         |         |
| 10              |       |       |         |         |
| Σύνολο          |       |       |         |         |

- β) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα των συχνοτήτων  $n_i$ , καθώς και το διάγραμμα των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων  $F_i\%$ .
- γ) Αν η διεύθυνση του σχολείου θελήσει να βραβεύσει τους μαθητές που πέτυχαν επίδοση μεγαλύτερη ή ίση του 8, πόσους μαθητές θα βραβεύσει;
- δ) Αν η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, βραβεύσει το 25% των μαθητών που πήραν μέρος στο διαγωνισμό, τι επίδοση πρέπει να έχει κάποιος μαθητής για να βραβευτεί;