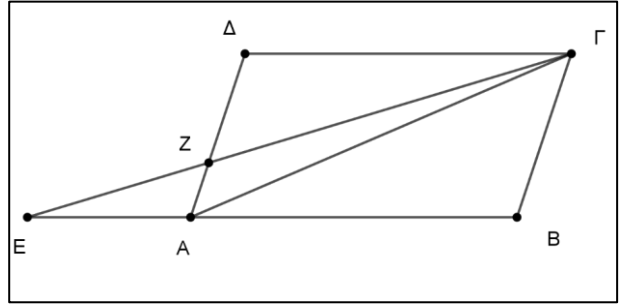


## 1.1 – 1.2 Η έννοια του διανύσματος, Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων

1. Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  και έστω  $\overline{AB} = \vec{\alpha}$  και  $\overline{A\Delta} = \vec{\beta}$ . Τα σημεία  $E$  και  $Z$  είναι τέτοια ώστε  $\overline{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$  και  $\overline{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \overline{A\Delta}$ .

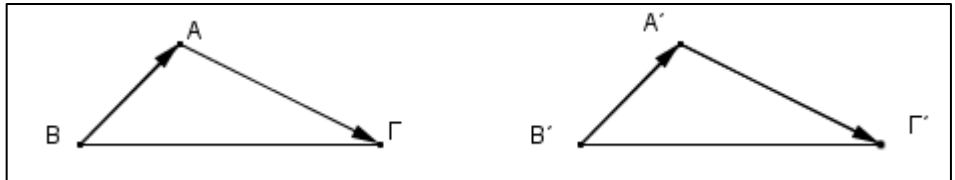


α) Να αποδείξετε ότι:  $\overline{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$  και  $\overline{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$ .

β) Να αποδείξετε ότι:  $\overline{Z\Gamma} = 2\overline{EZ}$ .

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία  $Z$ ,  $E$  και  $\Gamma$  είναι συνευθειακά.

2. Δίνονται δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  για τα οποία ισχύει  $\overline{BA} = \overline{B'A'}$  και  $\overline{A\Gamma} = \overline{A'\Gamma'}$ .



α) Να εξηγήσετε γιατί:

- i. το μήκος της πλευράς  $BA$  είναι ίσο με το μήκος της πλευράς  $B'A'$  και
- ii. το μήκος της πλευράς  $A\Gamma$  είναι ίσο με το μήκος της πλευράς  $A'\Gamma'$ .

β) i. Να αποδείξετε ότι:  $\overline{B\Gamma} = \overline{B'\Gamma'}$ .

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$  είναι ίσο με το μήκος της πλευράς  $B'\Gamma'$ .

γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

«Αν για δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  ισχύει  $\overline{BA} = \overline{B'A'}$  και  $\overline{A\Gamma} = \overline{A'\Gamma'}$ , τότε τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Σε ένα υλικό σημείο  $O$  εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία  $120^\circ$ , έτσι ώστε το υλικό σημείο  $O$  να ισορροπεί.

α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  εκφράζει την συνθήκη ισορροπίας;

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$  είναι αντίθετα.

γ) Αν  $A, B, \Gamma$  και  $\Delta$  είναι τα πέρατα των διανυσμάτων  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  και  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο  $O$ ), τότε να αποδείξετε ότι:

i.  $\widehat{A\hat{O}\Delta} = \widehat{B\hat{O}\Delta} = 60^\circ$ ,                      ii.  $\widehat{O\hat{\Delta}B} = 60^\circ$ .

δ) Να αποδείξετε ότι:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$ .

