

5.6 – 5.7 Εφαρμογές στα τρίγωνα – Βαρύκεντρο τριγώνου

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και σημείο E στην προέκταση της πλευράς AB προς το B , ώστε $AB = BE$. Έστω Z το σημείο τομής των $B\Gamma$, ΔE .

- α) Να αποδείξετε ότι το Z είναι το μέσο του ΔE .
β) Αν $B\Gamma = 10$, να βρείτε το μήκος του BZ .

2. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο 28. Τα σημεία K, Λ και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

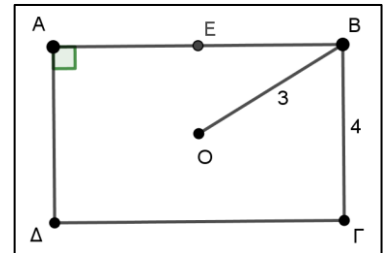
- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma M$ είναι παραλληλόγραμμο.
β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $K\Lambda M$.

3. Οι πλευρές AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ έχουν μήκη 6, 8 και 12 αντίστοιχα. Τα σημεία K , Λ και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ με τη σειρά που δίνονται.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma M$ είναι παραλληλόγραμμο.
β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του παραλληλογράμμου $K\Lambda\Gamma M$.

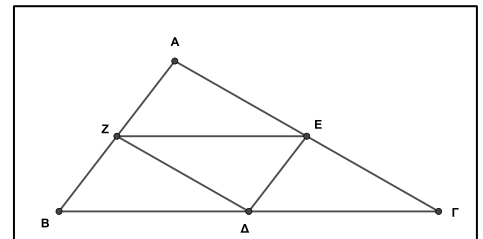
4. Δίνεται το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος, στο οποίο το O είναι το Κέντρο του και το τμήμα $OB = 3$. Αν E είναι το μέσο της AB και η $B\Gamma = 4$ τότε:

- α) να χαράξετε τις διαγώνιες $A\Gamma$, $B\Delta$ του ορθογωνίου και να υπολογίσετε τα μήκη τους.
β) να υπολογίσετε το μήκος του OE .



5. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος τα Δ , E , Z είναι μέσα των πλευρών του. Αν $B\Gamma = 10$, $\Delta Z = 4$ και $\Delta E = 2,5$:

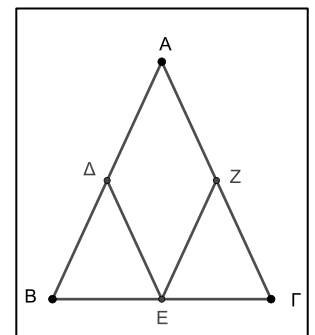
- α) να αποδείξετε ότι $ZE \parallel B\Gamma$.
β) να υπολογίσετε το μήκος της ZE .
γ) να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών AB , $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω Δ, E και Z τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta E Z$ είναι ρόμβος.
β) Αν $\hat{B} = 75^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του ρόμβου $A\Delta E Z$.

- γ) Ποιο θα πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \hat{B} , ώστε το τετράπλευρο $A\Delta E Z$ να



είναι τετράγωνο; Τι τρίγωνο είναι τότε το ΑΒΓ;

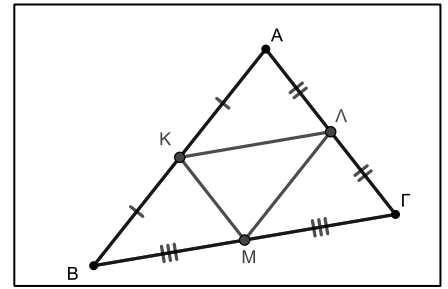
7. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Κ,Λ και Μ των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΑΚΜΛ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$:

i. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΚΜΛ είναι ρόμβος.

ii. Ποιό πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \hat{A} του τριγώνου ΑΒΓ ώστε το τετράπλευρο ΑΚΜΛ να είναι τετράγωνο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

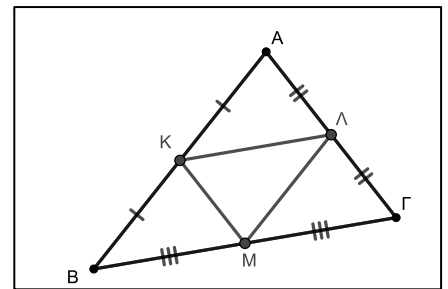


8. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Κ,Λ και Μ των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΚΛΜΒ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να γράψετε όλα τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζονται με κορυφές τέσσερα από τα σημεία Α, Β, Γ, Κ, Λ και Μ.

γ) Αν επιπλέον δίνεται ότι το τετράπλευρο ΑΚΜΛ είναι ορθογώνιο να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις γωνίες του. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

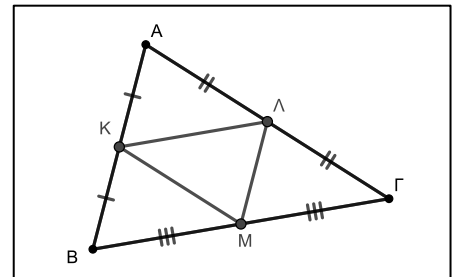


9. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και τα μέσα Κ,Λ και Μ των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΚΛΓΜ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Να γράψετε όλα τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζονται με κορυφές 4 από τα σημεία Α, Β, Γ, Κ, Λ και Μ.

γ) Αν επιπλέον δίνεται ότι το τετράπλευρο ΑΚΜΛ είναι ρόμβος να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



10. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος που ακολουθεί τα Κ, Λ και Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση, αιτιολογώντας την επιλογή σας:

i. Αν είναι $KL = 6$, τότε το ΒΓ είναι ίσο με:

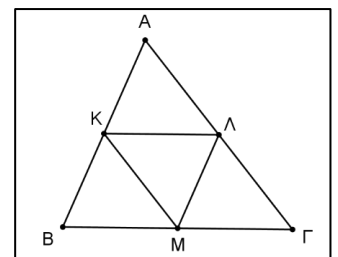
A: 6 B: 12 Γ: 3 Δ: 16

ii. Αν είναι $KL + LM + KM = 12$, τότε το άθροισμα $AB + BG + AG$ είναι ίσο με:

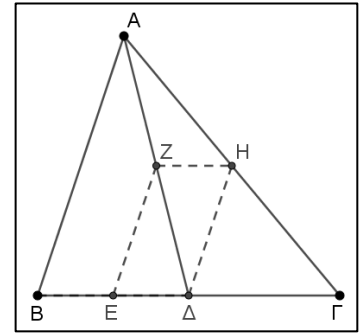
A: 12 B: 6 Γ: 24 Δ: 16

β) Να χαρακτηρίσετε την παρακάτω πρόταση ως αληθή ή ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πρόταση : «Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο, τότε το τετράπλευρο ΚΛΜΒ είναι ρόμβος».



11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του $A\Delta$. Τα σημεία E, Z και H είναι τα μέσα των $B\Delta, A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.



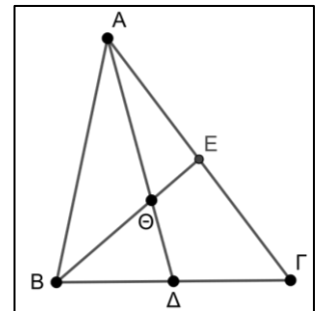
α) Να δικαιολογήστε γιατί:

i. $\Delta H = // \frac{AB}{2}$, ii. $ZE = // \frac{AB}{2}$.

β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ZH\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Ποια πρέπει να είναι η σχέση των AB και $B\Gamma$, ώστε το $ZH\Delta E$ να είναι ρόμβος;

12. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και το E είναι το μέσο της πλευράς $A\Gamma$. Δίνονται τα μήκη $A\Delta = 12$ και $\Theta E = 3$.

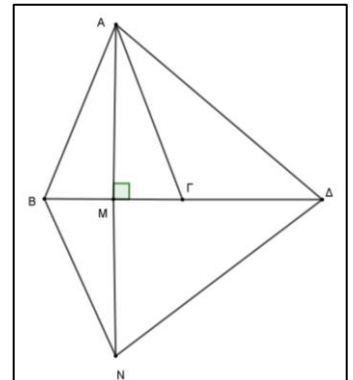


α) Να αποδείξετε ότι $\Theta\Delta = 4$.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων BE και $B\Theta$.

γ) Να σχεδιάσετε τη διάμεσο ΓZ του τριγώνου $AB\Gamma$.

13. Δίνεται οξυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και το ύψος του AM . Προεκτείνουμε το AM κατά τμήμα $MN = AM$ και τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:



α) Το τετράπλευρο $ABN\Gamma$ είναι ρόμβος.

β) Το τρίγωνο $A\Delta N$ είναι ισοσκελές.

γ) Η προέκταση της $A\Gamma$ τέμνει τη ΔN στο μέσον της.