

5.3 Λογαριθμική συνάρτηση

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x - 2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να υπολογίσετε τις τιμές της f για $x = 3$, $x = 12$ και $x = 102$.

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

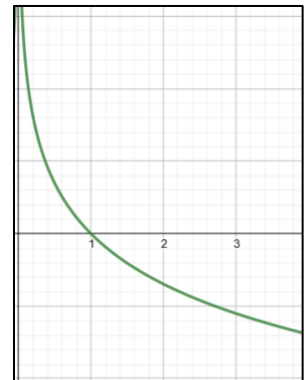
β) Να δείξετε ότι $f(2) + f(11) = 1$.

3. Δίνεται η άρτια συνάρτηση $f(x) = \ln \frac{1}{|x|}$, $x \neq 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) = f(1) = 0$ και $f(-2) = f(2)$.

β) Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x > 0$.

Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ για $x < 0$.



4. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \ln(x + 3)$.

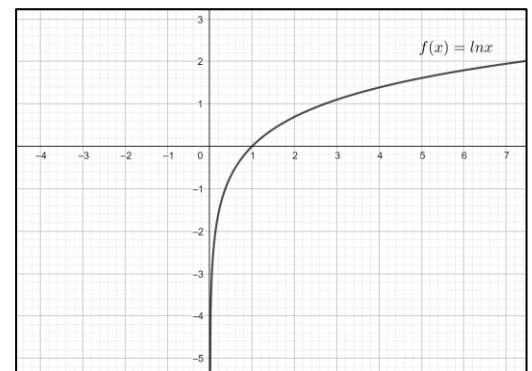
α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της g .

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της g τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -2 .

γ) Στο διπλανό σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = \ln x$.

i. Να βρείτε με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f θα προκύψει η γραφική παράσταση της g .

ii. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της g .



5. Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύουν:

α) $1 \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$,

β) $1 < 2 \cdot \eta\mu 1 < 2$,

γ) $0 < \ln(2 \cdot \eta\mu 1) < 1$.

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + 1$.

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1, 1)$.

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη $\frac{1}{e}$.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 2 .

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

8. Να αιτιολογήσετε γιατί

α) $6 \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$,

β) ορίζεται ο αριθμός $\ln(\sigma\upsilon\nu 6)$,

γ) $\ln(\sigma\upsilon\nu 6) < 0$.

9. Δίνεται γωνία $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$. Να αιτιολογήσετε γιατί

α) δεν ορίζεται η παράσταση $\ln(\sigma\upsilon\nu\theta)$ ενώ ορίζεται η παράσταση $\ln(\eta\mu\theta)$,

β) $\ln(\eta\mu\theta) < 0$.

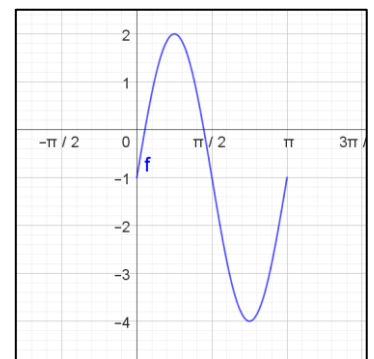
10. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3\eta\mu(2x) + \kappa$ στο $[0, \pi]$.

α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = -1$.

β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .

γ) Να αποδείξετε ότι $0 < \ln 2 < 1$.

δ) Να αιτιολογήσετε γραφικά γιατί η εξίσωση $f(x) = \ln 2$ έχει ακριβώς 2 ρίζες στο $[0, \pi]$.



11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = x$. Έστω επίσης g συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι συμμετρική της f ως προς την ευθεία (ε) .

α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g .

β) Να γράψετε τον τύπο της g και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

γ) Να αποδείξετε ότι σημείο $(2, f(\ln 2))$ είναι πάνω στην ευθεία (ε) .

12. Η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ μετριέται σε μονάδες ASA ή σε μονάδες DIN. Αν x μονάδες ASA συνδέονται με y μονάδες DIN με τον τύπο $y = 1 + 10 \cdot \log x$, τότε:
- Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 10.
 - Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 200.
 - Να επιλύσετε τον παραπάνω τύπο ως προς x .
 - Να βρείτε πόσες μονάδες ASA είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες DIN, είναι 13.

Δίνεται ότι $\log 2 = 0,3$ και $10^{\frac{6}{5}} \cong 15,85$.

13. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log x$, $x > 0$ και $g(x) = \log(10x - 20)$, $x > 2$.
- Να βρείτε τους αριθμούς $g(2,1)$ και $g(12)$.
 - Να αποδείξετε ότι $g(x) = 1 + f(x - 2)$.
 - Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$. Να μεταφέρετε το παρακάτω σχήμα στο γραπτό σας, το οποίο να συμπληρώσετε με την γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)$.

