

5.1 Εκθετική συνάρτηση

1. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των

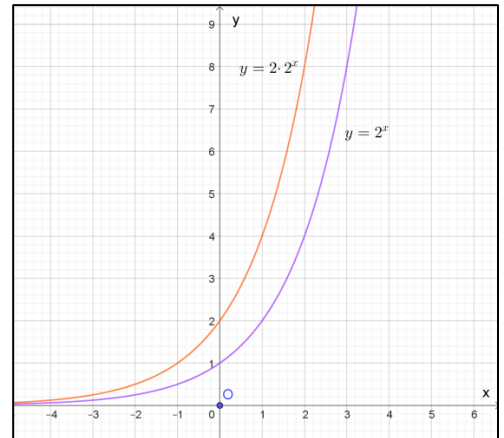
Συναρτήσεων $f(x) = 2^x$ και $g(x) = 2 \cdot 2^x$.

α) Να βρείτε τις τιμές $f(0)$ και $g(0)$.

β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής των δύο συναρτήσεων με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

γ) Να αποδείξετε ότι $g(x) = f(x+1)$ και στην συνέχεια να βρείτε με

ποια οριζόντι μετατόπιση η γραφική παράσταση της συνάρτησης f θα συμπέσει με την γραφική παράσταση της g .



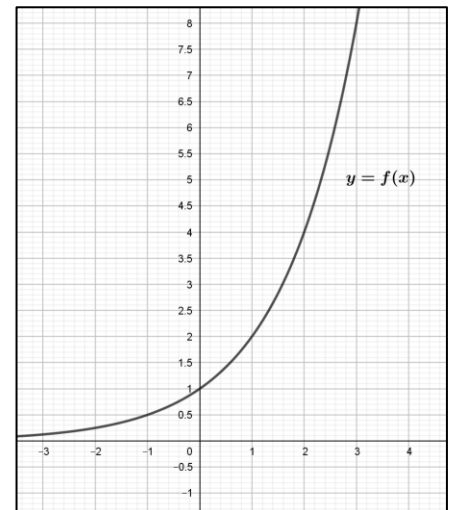
2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας εκθετικής συνάρτησης f , με πεδίο ορισμού το σύνολο \mathbb{R} .

α) Με βάση την γραφική της παράσταση, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης f .

| | | | | | |
|--------|----|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | | | | | |

β) Αν $f(x) = 2^x$,

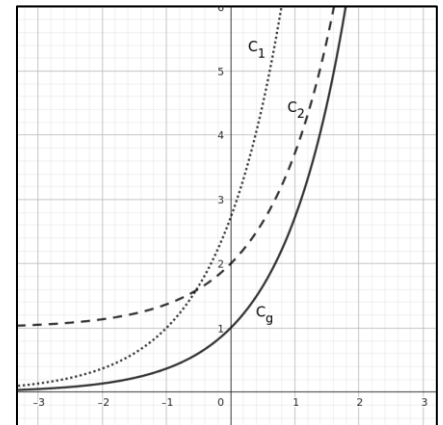
i. Να βρείτε το $f(8)$, ii. Να βρείτε το $f(-2)$.



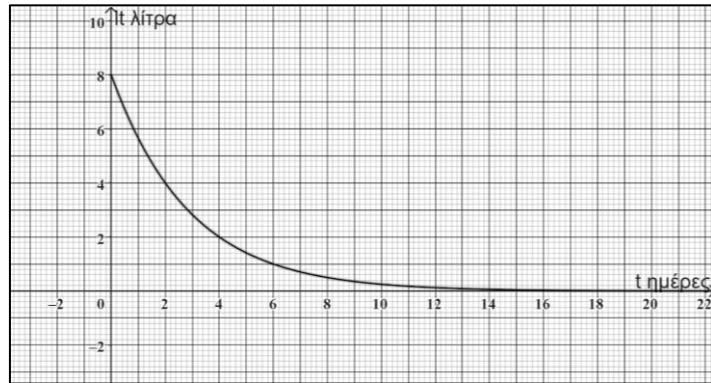
3. Δίνεται ότι η συνάρτηση $f(x) = e^{x+1}$.

α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $f(-1)$, $f(0)$.

β) Αν η συνάρτηση $g(x) = e^x$ έχει γραφική παράσταση όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, να επιλέξετε ποια από τις γραφικές παραστάσεις C_1 , C_2 αποτελεί τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



4. Ένα δοχείο περιέχει υγρό το οποίο εξατμίζεται. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η ποσότητα Q , σε λίτρα, του υγρού που έχει απομείνει στο δοχείο μετά από t ημέρες.



Η ποσότητα του υγρού στο δοχείο μειώνεται εκθετικά και μετά από t ημέρες δίνεται από τη σχέση $Q(t) = Q_0 \cdot 2^{-\frac{t}{c}}$, με c σταθερά και $c \in \mathbb{R}$, όπου Q_0 η αρχική ποσότητα του υγρού. Με βάση το διάγραμμα:

- α) να βρείτε την αρχική ποσότητα Q_0 του υγρού,
 β) να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| | | | | |
|------------------------------------|---|---|---|---|
| Χρόνος t σε ημέρες | 0 | 2 | 4 | 6 |
| Ποσότητα $Q(t)$ του υγρού σε λίτρα | | | | |

- γ) να βρείτε το χρόνο που χρειάζεται για να εξατμιστεί η μισή ποσότητα του υγρού που υπήρχε τη χρονική στιγμή $t = 0$ στο δοχείο.

5. α) Να λύσετε το παρακάτω σύστημα (Σ) :
$$\begin{cases} 2\omega + 3\varphi = 17 \\ 4\omega - 3\varphi = 7 \end{cases}$$

- β) Αν η λύση του συστήματος (Σ) είναι $(\omega, \varphi) = (4, 3)$ και $2^x = \omega$, $3^y = \varphi$, να βρείτε τους αριθμούς x και y .

6. α) Να λύσετε την εξίσωση $\omega^3 - 3\omega^2 + 2\omega = 0$ (1).

- β) Αν οι λύσεις της εξίσωσης (1) είναι $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$, να βρείτε (αν υπάρχει) τον αριθμό x σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $e^x = \omega_1$,

ii. $e^x = \omega_2$,

iii. $e^x = \omega_3$.

7. Μέσα σε έναν ανθρώπινο οργανισμό υπάρχει ένας πληθυσμός από το βακτήριο *Escherichia coli*, το οποίο κάτω από ευνοϊκές συνθήκες, διπλασιάζεται κάθε 20 λεπτά. Γνωρίζουμε ότι το πλήθος αυτών των βακτηρίων, ως συνάρτηση του χρόνου t σε ώρες, δίνεται από τη συνάρτηση $P(t) = 2 \cdot 8^t$, όπου $t \geq 0$.

- α) Πόσα βακτήρια υπάρχουν αρχικά στον οργανισμό;

β) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας, σωστά συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα:

| | | | | | |
|------|---------------|---|---|---|---|
| t | $\frac{1}{3}$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P(t) | | | | | |

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης P(t). Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να εκτιμήσετε τον χρόνο που θα υπάρχουν:

i. 100 βακτήρια,

ii. 160 βακτήρια.

