

4.2 Διαίρεση πολυωνύμων

1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 4$.
 - α) Να εξετάσετε αν το $x - 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.
 - β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.
 - α) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.
 - β) Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$.

3. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ και $\delta(x) = x + 1$.
 - α) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : \delta(x)$.
 - β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του α) ερωτήματος.

4. Η διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - 3$ έχει πηλίκο $x^2 + 2$ και υπόλοιπο 4.
 - α) Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης του $P(x)$ με το $x - 3$ και να αποδείξετε ότι $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2$.
 - β) Είναι το $x = 3$ ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 16x^2 + 4x - 27$.
 - α) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $(x - 3)$ είναι $\nu = 5$.
 - β) Να υπολογίσετε το $P(8)$.

6. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2(x - 1)^{20} - 3(x - 1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2$.
 - α) Να υπολογίσετε την τιμή $P(1)$.
 - β) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

7. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - x^2 + 3x - 1$.
 - α) Να δείξετε ότι το $P(x)$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.
 - β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (3x - 1)$ και να δείξετε ότι $P(x) = (3x - 1)(x^2 + 1)$.
 - γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.