

## 1.1 Γραμμικά συστήματα

1. Δίνεται το σύστημα  $(\Sigma): \begin{cases} x + y = 4 \\ 5x - y = 2 \end{cases}$ .

α) Να εξετάσετε αν το ζεύγος  $(x, y) = (3, 1)$  είναι λύση του παραπάνω συστήματος.

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

2. Δίνονται οι ευθείες  $(\varepsilon_1): y = x + 1$  και  $(\varepsilon_2): y = x - 4$ .

α) Να εξετάσετε αν το σημείο  $A(0, 1)$  ανήκει και στις δύο ευθείες  $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$ .

β) Να εξετάσετε αν έχει λύση το σύστημα των εξισώσεων:  $\begin{cases} x - y = -1 \\ -x + y = -4 \end{cases}$ .

3. Δίνεται το σύστημα  $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$ .

α) Το ζεύγος  $(x, y) = (0, 3)$  είναι λύση του συστήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να λύσετε το σύστημα.

4. Δίνεται το γραμμικό σύστημα:  $\begin{cases} x + y = 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \quad (1)$ .

α) Δικαιολογήστε γιατί το σημείο  $A(0, 1)$  επαληθεύει μόνο τη μία εξίσωση από τις δύο, ενώ το σημείο  $B(2, 3)$  επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις.

β) Να λύσετε το σύστημα (1).

5. Δίνεται το σύστημα  $(\Sigma): \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$ .

α) Να λύσετε το σύστημα  $(\Sigma)$ .

β) Να σχεδιάσετε σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων τις ευθείες  $(\varepsilon_1): x + y = 3$ ,  $(\varepsilon_2): x - y = 2$  και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους.

γ) Να βρείτε τα  $x$  για τα οποία τα σημεία της ευθείας  $(\varepsilon_1)$  είναι πάνω από τα σημεία της ευθείας  $(\varepsilon_2)$ .

6. α) Να λυθεί το σύστημα  $(\Sigma): \begin{cases} 2x + 7y = -5 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ .
- β) Ποιο είναι το σημείο τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος  $(\Sigma)$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
7. Θεωρούμε τις ευθείες  $(\varepsilon_1): 3x - 4y = 2$  και  $(\varepsilon_2): 5x + 4y = 14$ .
- α) Να εξετάσετε αν το σημείο  $(6, 4)$  είναι κοινό σημείο των ευθειών.
- β) Να βρείτε το σημείο τομής των δυο ευθειών λύνοντας το σύστημα  $\begin{cases} 3x - 4y = 2 \\ 5x + 4y = 14 \end{cases}$ .
8. Δίνεται το γραμμικό σύστημα  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ .
- α) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών  $(\varepsilon_1): 3x + 2y = 8$  και  $(\varepsilon_2): 2x - y = 3$ .
9. Ένα μικρό κατάστημα σε μια γειτονιά πουλάει, μεταξύ άλλων αγαθών, γάλα και ψωμί. Την Τρίτη το πρωί μέσα σε μια ώρα πούλησε 8 φρατζόλες ψωμί και 5 λίτρα γάλα και εισέπραξε 14 ευρώ. Την Πέμπτη το πρωί την ίδια ώρα πούλησε 6 φρατζόλες ψωμί και 9 λίτρα γάλα και εισέπραξε 21 ευρώ. Αν  $x$  είναι η τιμή πώλησης της μιας φρατζόλας ψωμιού και  $y$  η τιμή πώλησης του ενός λίτρου γάλακτος,
- α) Να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους.
- β) Να βρείτε την τιμή πώλησης της μιας φρατζόλας ψωμιού και του ενός λίτρου γάλακτος.
- γ) i. Να παραστήσετε γραφικά το σύστημα του α) ερωτήματος και να ονομάσετε  $B$  το σημείο τομής των δυο ευθειών.
- ii. Αν το σημείο τομής των ευθειών είναι  $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ , να ερμηνεύσετε τις συντεταγμένες του στο πλαίσιο του προβλήματος.