

3.2 Βασικές Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

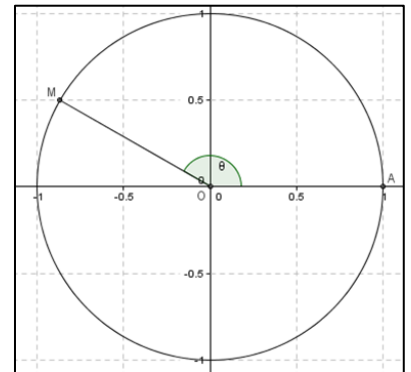
1. Έστω θ μια γωνία για την οποία ισχύει $\text{συν}\theta = -\frac{2}{3}$ και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

α) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$.

β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \text{συν}(\pi - \theta)\text{συν}(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta)\eta\mu(-\theta)$.

2. Στον τριγωνομετρικό κύκλο του σχήματος θεωρούμε το σημείο $M\left(x, \frac{1}{2}\right)$ και

τη γωνία θ με $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ η οποία έχει αρχική πλευρά την OA και τελική την OM .



α) Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$.

β) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας θ .

γ) Να βρείτε τη γωνία θ .

3. α) Να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία θ ώστε $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$ και $\text{συν}\theta = \frac{1}{2}$.

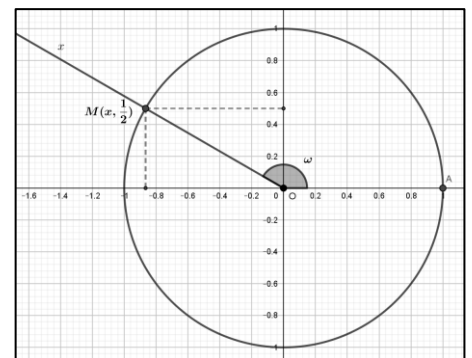
β) Έστω θ μια γωνία με $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ για την οποία ισχύει $\text{συν}\theta = \frac{1}{2}$. Να βρείτε το $\eta\mu\theta$.

4. Στον τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται γωνία $AOx = \omega$, $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ και το

σημείο $M\left(x, \frac{1}{2}\right)$.

α) Να βρείτε το $\eta\mu\omega$. Με ποιον τριγωνομετρικό αριθμό της γωνίας ω ισούται η τετμημένη x του σημείου M ;

β) Να δείξετε ότι $\text{συν}\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

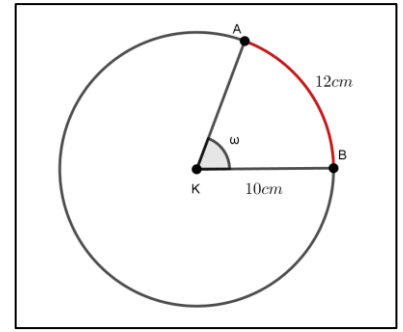


5. Δίνεται γωνία ω , με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, για την οποία ισχύει $\text{συν}\omega = -\frac{4}{5}$.

α) Να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = -\frac{3}{5}$.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\omega + \text{συν}\omega}{1 + \epsilon\phi\omega}$.

6. Δίνεται ο κύκλος του παρακάτω σχήματος με κέντρο K και ακτίνα 10cm . Επίσης δίνεται το τόξο AB με μήκος 12cm και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία ω .



- α) **i.** Να αιτιολογήσετε γιατί το μέτρο της γωνίας ω είναι $1,2\text{rad}$.
ii. Με χρήση του α) **i.** ερωτήματος, να αιτιολογήσετε γιατί η γωνία ω είναι οξεία.

β) Αν $\text{syn}\omega = \frac{9}{25}$, να βρείτε το $\eta\mu\omega$.

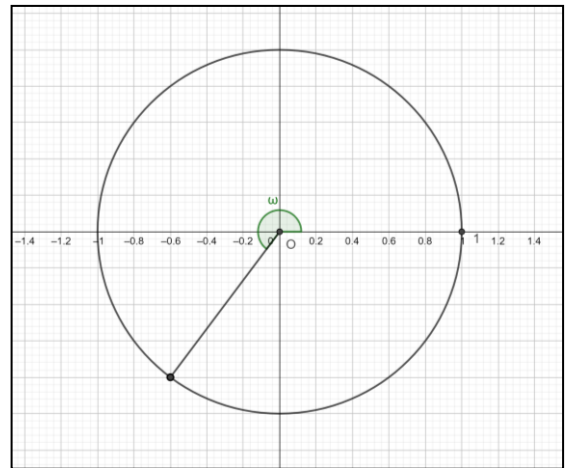
(Δίνεται ότι $\sqrt{544} = 4\sqrt{34}$).

7. Στον τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$.

α) Να αιτιολογήσετε με βάση το σχήμα γιατί $\text{syn}\omega = -\frac{3}{5}$.

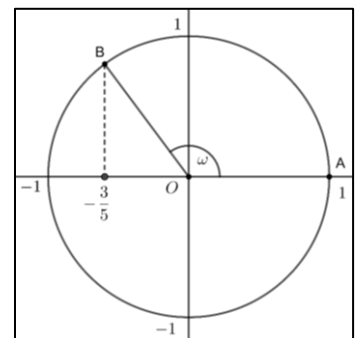
- β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

- i.** $\eta\mu\omega$, **ii.** $\epsilon\phi\omega$



8. α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας ω του σχήματος και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Αν $\text{syn}\omega = -\frac{3}{5}$, να βρείτε το $\eta\mu\omega$.



9. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\text{syn}A = -\frac{3}{5}$.

- α) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο είναι αμβλυγώνιο.

- β) Να βρείτε το $\eta\mu A$.