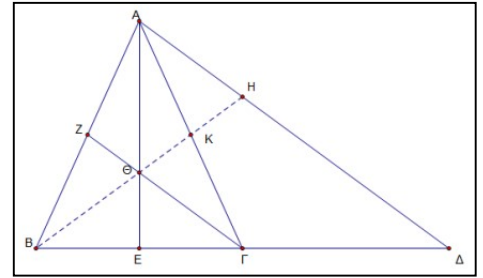


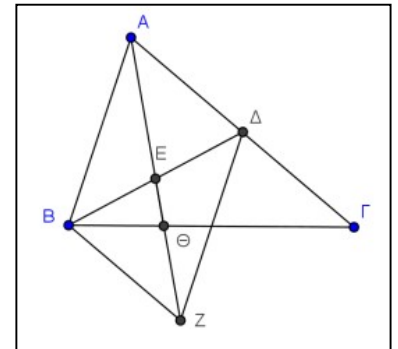
5.7 Βαρύκεντρο τριγώνου

1. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε το $B\Gamma$ (προς το Γ) κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Φέρουμε τις διαμέσους AE και $ΓΖ$ του τριγώνου $AB\Gamma$ που τέμνονται στο Θ . Το $B\Theta$, προεκτεινόμενο, τέμνει το $A\Gamma$ στο K και το $A\Delta$ στο H . Να αποδείξετε ότι:



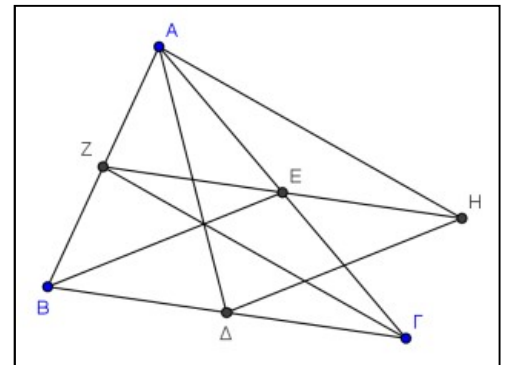
- α)** το $ZK\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο,
β) $AH = \Theta\Gamma$,
γ) $AH = 2Z\Theta$.

2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω E το μέσο της διαμέσου $B\Delta$. Στην προέκταση της AE θεωρούμε σημείο Z τέτοιο ώστε $EZ = AE$ και έστω Θ το σημείο τομής της AZ με την πλευρά $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:



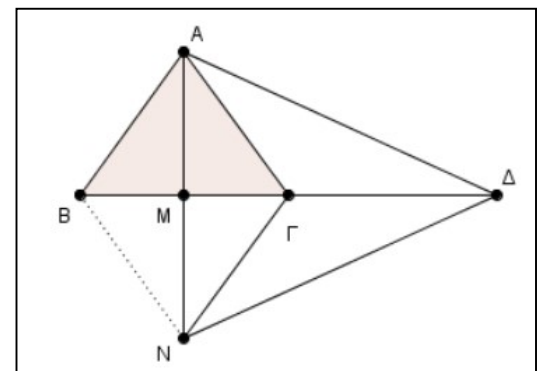
- α)** το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο,
β) το τετράπλευρο $B\Delta\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο,
γ) το σημείο Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου $B\Delta Z$.

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διάμεσοί του $A\Delta$, BE και $ΓΖ$. Προεκτείνουμε το τμήμα ZE (προς το E) κατά τμήμα $EH = ZE$. Να αποδείξετε ότι:



- α)** το τετράπλευρο $E\Delta\Gamma B$ είναι παραλληλόγραμμο,
β) η περίμετρος του τριγώνου $A\Delta H$ είναι ίση με το άθροισμα των διαμέσων του τριγώνου $AB\Gamma$,
γ) οι ευθείες BE και ΔH τριχοτομούν το τμήμα $Z\Gamma$.

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και AM το ύψος του στην πλευρά $B\Gamma$. Στην προέκταση του AM θεωρούμε τμήμα $MN = AM$. Στην προέκταση του $B\Gamma$, προς το μέρος του Γ , θεωρούμε τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:



- α)** το τετράπλευρο $ABN\Gamma$ είναι ρόμβος,
β) το τρίγωνο $A\Delta N$ είναι ισοσκελές,
γ) το σημείο Γ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου $A\Delta N$.

5. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και μ_β , μ_γ οι διάμεσοι του τριγώνου που αντιστοιχούν στις πλευρές β και γ αντίστοιχα. Δίνεται η ακόλουθη πρόταση:

Π: «Αν το τρίγωνο είναι ισοσκελές με $\beta = \gamma$, τότε οι διάμεσοι μ_β , μ_γ είναι ίσες».

- α)** Να εξετάσετε αν ισχύει η πρόταση Π, αιτιολογώντας την απάντησή σας.
β) Να διατυπώσετε την αντίστροφη πρόταση της Π και να εξετάσετε αν ισχύει, αιτιολογώντας την απάντησή σας.
γ) Στην περίπτωση που και οι δύο προτάσεις, η Π και η αντίστροφή της, ισχύουν, να τις διατυπώσετε ως ενιαία πρόταση.