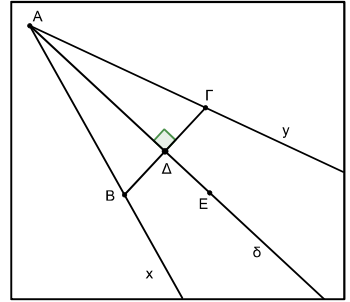


3.3 – 3.4 2ο κριτήριο (Γ-Π-Γ) και 3ο κριτήριο (Π-Π-Π) ισότητας τριγώνων

1. Δίνεται γωνία $\hat{x}\hat{A}\hat{y}$ και η διχοτόμος της $A\delta$. Από τυχαίο σημείο B της Ax φέρνουμε κάθετη στη διχοτόμο $A\delta$, η οποία τέμνει την $A\delta$ στο σημείο Δ και την Ay στο σημείο Γ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τμήματα AB και $A\Gamma$ είναι ίσα.

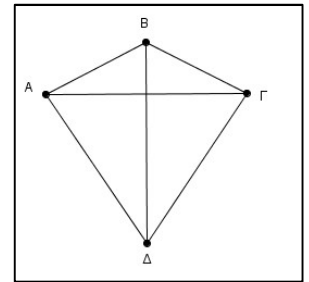
β) Αν E τυχαίο σημείο της $A\delta$, να αποδείξετε ότι το E ισαπέχει από τα B και Γ .



2. Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $BA = B\Gamma$ και $\Delta A = \Delta\Gamma$. Οι διαγώνιοι $A\Gamma$, $B\Delta$ του τετραπλεύρου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα. Να αποδείξετε ότι:

α) η $B\Delta$ είναι διχοτόμος των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Delta}$ του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$,

β) η $B\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος $A\Gamma$.



3. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και σημείο M εσωτερικό του τριγώνου τέτοιο ώστε $MB = M\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα AMB και $AM\Gamma$ είναι ίσα

β) η ευθεία AM διχοτομεί τη γωνία $B\hat{M}\hat{\Gamma}$.

4. Στις προεκτάσεις των πλευρών BA και ΓA (προς το A) τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε τα τμήματα $A\Delta = AB$ και $A\epsilon = A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = B\Gamma$.

β) Αν AM είναι η διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ και η προέκταση της AM τέμνει την $E\Delta$ στο Z , να αποδείξετε ότι:

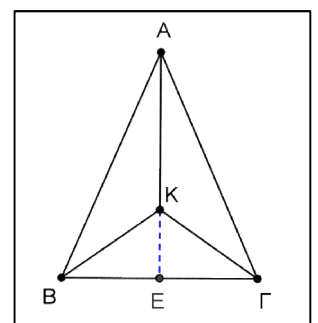
i. τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και ABM είναι ίσα,

ii. $Z\Delta = \frac{\Delta E}{2}$.

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο ώστε $KB = K\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα BAK και KAG είναι ίσα,



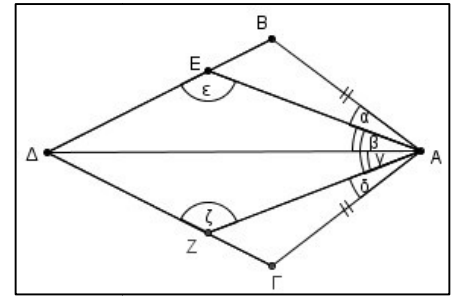
ii. η ΑΚ είναι διχοτόμος της γωνίας Β \hat{A} Γ .

β) Αν η προέκταση της ΑΚ τέμνει την ΒΓ στο Ε , τότε να δείξετε ότι η ΚΕ είναι διάμεσος του τριγώνου ΒΚΓ .

6. Αν στο παρακάτω σχήμα είναι $\hat{\alpha} = \hat{\delta}$, $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$ και $AB = AG$, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ίσα,

β) οι γωνίες $\hat{\epsilon}$ και $\hat{\zeta}$ είναι ίσες.



7. Έστω δυο ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ ($AB = AG$) και Α'Β'Γ' ($A'B' = A'G'$).

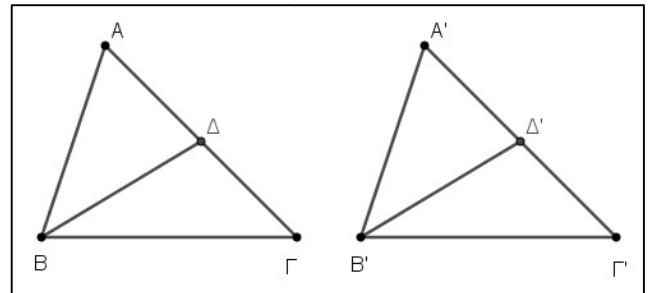
α) Αν ισχύει $AB = A'B'$ και $\hat{A} = \hat{A}'$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι ίσα.

β) Αν ισχύει $AG = A'G'$ και $\hat{B} = \hat{B}'$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι ίσα.

8. Δίνονται τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' του σχήματος με $AG = A'G'$ και $AB = A'B'$. Αν οι διάμεσοι ΒΔ και Β'Δ' είναι ίσες, να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{A} = \hat{A}'$,

β) τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' είναι ίσα.



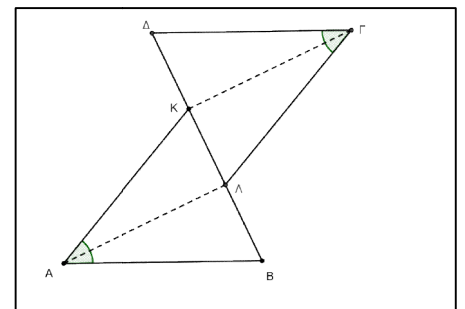
9. Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΓΔΛ του σχήματος έχουν $AB = ΓΔ = AK = ΓΛ$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΓΔΛ είναι ίσα και ότι έχουν $BK = ΔΛ$.

β) Έστω ότι Λ και Κ είναι τα μέσα των ΒΚ και ΔΛ αντίστοιχα:

i. Να εξετάσετε αν τα τμήματα ΒΛ, ΛΚ και ΚΔ είναι ίσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Να αποδείξετε ότι οι ΑΛ και ΓΚ είναι κάθετες στην ευθεία ΚΛ .

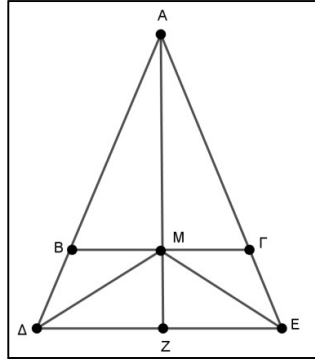


10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ και Μ είναι το μέσο της βάσης ΒΓ . Στις προεκτάσεις των πλευρών ΑΒ, ΑΓ παίρνουμε τα τμήματα ΒΔ, ΓΕ αντίστοιχα ώστε $BD = GE$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΜΓΕ είναι ίσα.

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία ΜΔΕ είναι ίση με τη γωνία ΜΕΔ.

γ) Αν η AM τέμνει την ΔE στο σημείο Z να αποδείξετε ότι η AZ είναι κάθετη στην ΔE .



11. Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = A\Delta$ και $\Gamma B = \Gamma\Delta$. Αν E είναι το σημείο τομής των προεκτάσεων των BA και $\Gamma\Delta$ και Z το σημείο τομής των προεκτάσεων των ΔA και ΓB να αποδείξετε ότι:

- α) η ΓA είναι διχοτόμος της γωνίας $B\Gamma\Delta$,
- β) $\Gamma Z = \Gamma E$,
- γ) $EZ \parallel B\Delta$.

