

4.2 Ανισώσεις 2ου βαθμού

1.
 - α) Να γράψετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες το 2 και το 4.
 - β) Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης $x^2 - 6x + 8 \leq 0$.
2.
 - α) Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου $x^2 - 4x + 3$.
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 4x + 3 < 0$.
3.
 - α) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 3x + 2 = 0$ (1).
 - β) Να λυθεί η ανίσωση $x^2 - 3x \geq -2$ (2).
4. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$.
 - α) Να δείξετε ότι το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.
 - β) Να δείξετε ότι οι ρίζες του τριωνύμου $x^2 - 3x + 2$ είναι οι αριθμοί 1 και 2 και να βρείτε το πρόσημό του.
 - γ) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x + 2 \leq 0$.
5.
 - α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + 3x - 4 = 0$ έχει ρίζες $x_1 = -4$ και $x_2 = 1$.
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 3x - 4 < 0$.
6. Δίνεται το τριώνυμο $2x^2 - 6x + 4$.
 - α) Να δείξετε ότι οι ρίζες του τριωνύμου είναι οι αριθμοί 1 και 2.
 - β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 6x + 4$.
7.
 - α) Να λύσετε την ανίσωση $4(x - 2) > 5(2x + 8)$.
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 9x < 0$.
 - γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των παραπάνω ανισώσεων στον ίδιο άξονα πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις (αν υπάρχουν).
8.
 - α) Να λύσετε της εξίσωση $x^2 - 2x + 7 = 0$.
 - β) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - 2x + 7$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.
 - γ) Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο οποιουδήποτε πραγματικού αριθμού αυξημένο κατά 7 είναι μεγαλύτερο του διπλασίου του.
9. Έστω Ω το σύνολο που έχει ως στοιχεία τους αριθμούς που είναι οι ενδείξεις ενός ζαριού.
 - α) Να γράψετε με αναγραφή το σύνολο Ω .
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - x - 12 < 0$ (1).

- γ) Ποια από τα στοιχεία του συνόλου Ω ανήκουν στο σύνολο λύσεων της ανίσωσης (1) ;
10. α) Αν $x^2 - 7x + 10 < 0$, να αποδείξετε ότι $2 < x < 5$.
 β) Να λύσετε την ανίσωση $3x - 2 < x + 4$.
 γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων α) και β) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.
11. α) Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου $x^2 + x - 12$ (1).
 β) Αν οι ρίζες του τριωνύμου (1) είναι $x_1 = 3$ και $x_2 = -4$, να λύσετε την ανίσωση $x^2 - x - 12 < 0$ και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος.
 γ) Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς που είναι λύσεις της ανίσωσης του ερωτήματος β).
12. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 7x + 12$.
 α) Να δείξετε ότι το παραπάνω τριώνυμο έχει ρίζες τους αριθμούς 3 και 4.
 β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 12 < 0$.
 γ) Για τον πραγματικό αριθμό $\pi = 3,1415\dots$ να δείξετε ότι ισχύει $\pi^2 - 7\pi + 12 < 0$.
13. Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$.
 α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο.
 β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x + 2 > 0$.
 γ) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί $\alpha_1 = -\frac{3}{2}$ και $\alpha_2 = \frac{3}{2}$ είναι λύσεις της ανίσωσης του β ερωτήματος.
14. Δίνονται οι ανισώσεις $3(2x + 1) + 6 < 21$ (1) και $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ (2).
 α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
 β) i. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$.
 ii. Να λύσετε την ανίσωση (2).
 γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) και να τις γράψετε σε μορφή διαστήματος.
15. α) Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 7x + 6 = 0$.
 β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 6 \leq 0$. Να γράψετε τις λύσεις της ανίσωσης αυτής σε μορφή διαστήματος.
 γ) Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς που είναι λύσεις της ανίσωσης που λύσατε στο ερώτημα β).
16. α) Να βρείτε τις ρίζες του τριωνύμου $x^2 - x - 12$.
 β) Να λύσετε στο σύνολο των πραγματικών αριθμών την ανίσωση $x^2 - x - 12 \leq 0$.
 γ) Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης $x^2 - x - 12 \leq 0$.