

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x + \alpha}{x^2 + 7}$  όπου  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Έστω  $\lambda < 0$  η τετμημένη του σημείου τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τον άξονα  $x'x$ .

Ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για  $x = \lambda$  είναι ίσος με  $\frac{1}{16}$ .

- α) Να δείξετε ότι  $\lambda = -3$  και  $\alpha = 3$ .
- β) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατά της.
- γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο τομής της τον άξονα  $y'y$ .
- δ) Έστω η συνάρτηση  $g(x) = f'(x)(x^2 + 7)^2$ . Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(-1+h) - g(-1)}{h}$ .