

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x}{x^2 + 1}$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

Η διχοτόμος της γωνίας $x\hat{O}y$ είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(0, f(0))$.

- α) Να δείξετε ότι $\alpha = 1$.
- β) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.
- γ) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f δεν έχει εφαπτομένη η οποία να είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας $x\hat{O}y$.
- δ) Έστω η συνάρτηση $g(x) = \sin x \cdot f(x)$. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) - g(0)}{h}$.

Schools.patakis.gr