

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1

A. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

α) Αν τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι ίσα τότε έχουν ίσα μέτρα και είναι ομόρροπα.

β) Αν τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ σχηματίζουν αμβλεία γωνία τότε $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 > 0$.

γ) Αν τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα τότε ισχύει ότι $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$.

δ) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A = 0$ και $B, \Gamma \neq 0$ παριστάνει ευθεία παράλληλη στον άξονα $y'y$.

ε) Ο κύκλος (C): $(x - \alpha)^2 + y^2 = \alpha^2$, $\alpha > 0$ εφάπτεται στον άξονα $y'y$.

B. Έστω τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$.

Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{a} \cdot \vec{\beta} + \vec{a} \cdot \vec{\gamma}$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (1, 1)$, $\vec{w} = (-10, 2)$ και τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(\beta, 0)$, $\Gamma(0, \gamma)$.

Τα διανύσματα \vec{u} , \vec{AB} είναι κάθετα και το διάνυσμα \vec{w} είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{A\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος \vec{AB} και να αποδείξετε ότι $\beta = 1$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{9}{5}$.

γ) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma}$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται τρίγωνο με $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ και $\Gamma(1, -1)$. Να βρείτε:

α) το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας $B\Gamma$,

β) την εξίσωση της ευθείας του ύψους AD του τριγώνου $AB\Gamma$,

γ) την εξίσωση της ευθείας της διαμέσου GM του τριγώνου $AB\Gamma$,

δ) την απόσταση του σημείου τομής K των ευθειών AD και GM από την ευθεία $A\Gamma$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κύκλοι με εξισώσεις $(C_1): x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ και $(C_2): x^2 + y^2 = 1$.

A. Να δείξετε ότι:

α) Η εξίσωση του κύκλου (C_1) γράφεται στη μορφή $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

β) Οι κύκλοι C_1, C_2 εφάπτονται εξωτερικά.

B. Να βρείτε:

α) Το σημείο επαφής των δύο κύκλων C_1 και C_2 .

β) Την εξίσωση της εσωτερικής κοινής εφαπτομένης των δύο κύκλων C_1 και C_2 .

Γ. Αν τα σημεία M_1, M_2 διατρέχουν τους κύκλους C_1, C_2 αντίστοιχα, να βρείτε τη μέγιστη απόσταση ανάμεσα στα σημεία αυτά.

Schools.patakis.gr