

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ 1

- A. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- α) Κάθε διάνυσμα στον χώρο είναι ίσο με τη διανυσματική ακτίνα του πέρατος μείον τη διανυσματική ακτίνα της αρχής.
- β) Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ έχει εξίσωση $x = x_0$.
- γ) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$.
- δ) Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4x$ έχει εστία το σημείο $E(1, 0)$.
- ε) Η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.
- B. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι η

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ο κύκλος (C) με εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ (1).

- α) Να δείξετε ότι ο κύκλος (C) έχει κέντρο $K(3, 4)$ και ακτίνα $\rho = 5$.
- β) Να δείξετε ότι η απόσταση του κέντρου K του κύκλου από την ευθεία (ϵ): $3x + 4y = 0$ ισούται με 5 μονάδες μήκους.
- γ) Να δικαιολογήσετε αν είναι αληθής ή ψευδής ο ισχυρισμός: «Ο κύκλος (C) και η ευθεία (ϵ) εφάπτονται».

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2, |\vec{\beta}| = 4, (\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

- α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.
- β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$.
- γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$.
- δ) Να βρείτε τη γωνία $(\vec{\gamma}, \vec{\delta})$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + y = x + 2xy + 6$.

A. Να αποδείξετε ότι:

α) $(x - y)^2 - (x - y) - 6 = 0$.

β) Η εξίσωση παριστάνει ένα ζεύγος παράλληλων ευθειών, τις οποίες να βρείτε.

Έστω $(\varepsilon_1): x - y - 3 = 0$ και $(\varepsilon_2): x - y + 2 = 0$ οι δυο παράλληλες ευθείες.

B. Να αποδείξετε ότι όλα τα σημεία $M\left(\alpha, \alpha - \frac{1}{2}\right)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ ισαπέχουν από τις δυο ευθείες.

Γ. Να βρείτε την μεσοπαράλληλη των δυο ευθειών.

Schools.patakis.gr