

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Β' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1ο**

A. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  δύο σημεία του επιπέδου και  $M(x, y)$  μέσο του  $AB$ , να αποδείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{και} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

**(13 Μονάδες)**

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Για κάθε διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  ισχύει  $|\vec{\alpha}|^2 = \vec{\alpha}^2$ .

β) Αν  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ .

γ) Αν  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$  τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ .

δ) Το εμβαδόν τριγώνου  $AB\Gamma$  δίνεται από τον τύπο  $(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma})|$ .

ε) Η εξίσωση εφαπτομένης του κύκλου  $(C): x^2 + y^2 = \rho^2$  στο σημείο του  $A(x_1, y_1)$  δίνεται από τον τύπο  $x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = \rho^2$ .

ζ) Η παραβολή με εστία  $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right)$  και διευθετούσα ευθεία την  $x = -\frac{\rho}{2}$  έχει εξίσωση  $x^2 = 2\rho y$ .

**(12 Μονάδες)**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(1, 2)$ ,  $B(3, -2)$  και  $\Gamma(1, -1)$ . Να βρείτε:

A. Το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $B\Gamma$ .

**(3 Μονάδες)**

B. Την εξίσωση του ύψους  $A\Delta$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(6 Μονάδες)

Γ. Την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ του τριγώνου ΑΒΓ.

(8 Μονάδες)

Δ. Το σημείο τομής των ευθειών ΑΔ και ΓΜ.

(8 Μονάδες)

### **ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με  $\overline{AB} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ ,  $\overline{AG} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$  και ΑΜ η διάμεσός του. Αν τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι μοναδιαία και κάθετα:

Α. Να αποδείξετε ότι  $|\overline{AM}| = \sqrt{2}$ .

(8 Μονάδες)

Β. Να υπολογισθεί το  $\text{syn}(\overline{AM}, \overline{AG})$ .

(8 Μονάδες)

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ.

(9 Μονάδες)

### **ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω η εξίσωση (C):  $x^2 + y^2 - 2\eta\mu\theta x - 2\sigma\upsilon\nu\theta y - 3 = 0$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Α. Να αποδείξετε ότι η C παριστάνει κύκλο για κάθε  $\theta \in \mathbb{R}$ , του οποίου να βρείτε το κέντρο Κ και την ακτίνα του ρ.

(9 Μονάδες)

Β. Να δείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων (C), ανήκουν σε κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

(8 Μονάδες)

Γ. Να δείξετε ότι η ευθεία (ε):  $x \cdot \eta\mu\theta + y \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - 3 = 0$  εφάπτεται του (C) για κάθε  $\theta \in \mathbb{R}$ .

(8 Μονάδες)