

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

- A. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- α) Η εξίσωση $ax + \beta = 0$ είναι αδύνατη, όταν $a \neq 0$ και $\beta = 0$.
- β) Αν $a \leq 0$ και n άρτιος φυσικός, τότε $\sqrt[n]{a^n} = a$.
- γ) Αν $a > 0$ και $\Delta < 0$ η ανίσωση $ax^2 + bx + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- δ) Αν η απόσταση του x από το 0 είναι ίση με 3, τότε $x = 3$ ή $x = -3$.
- ε) Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.
- B. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς a, β , να αποδείξετε ότι $|a + \beta| \leq |a| + |\beta|$. Πότε ισχύει η ισότητα;

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$.

- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
- β) Για $x = -3$ να αποδείξετε ότι $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται οι ανισώσεις $|x + 1| < 2$ (1) και $x^2 - x - 2 > 0$ (2).

- α) Να λύσετε τις ανισώσεις.
- β) Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in (-3, -1)$.
- γ) Έστω ότι ο αριθμός a είναι λύση μόνο της ανίσωσης (1) και ο αριθμός β είναι λύση μόνο της ανίσωσης (2).
Να δείξετε ότι $|2\beta + 1| - |a| > 4$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2|x|x - 2$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = 2x - \kappa^2$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$.
- β) Να δείξετε ότι η ευθεία (ε) τέμνει τη γραφική παράσταση της f σε δύο σημεία για κάθε τιμή της παραμέτρου κ .

- γ) Για $\kappa = -3$ να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με την γραφική παράσταση της f .
- δ) Αν A και B είναι τα σημεία τομής του ερωτήματος γ), να βρείτε την απόσταση (AB).

Schools.patakis.gr