

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Τα σημεία $A(x, y)$ και $B(-x, y)$ είναι για κάθε τιμή των x, y συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

β) Η εξίσωση $x^v = a$ με $a < 0$ και v περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[v]{|a|}$.

γ) Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha| + |\beta| = |\alpha + \beta|$.

δ) Η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν $\beta^2 - 4a\gamma \geq 0$.

ε) Για κάθε γεωμετρική πρόοδο (α_n) με λόγο $\lambda = 1$, το άθροισμα των n πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο

$$S_n = n \cdot \alpha_1.$$

B. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ να δείξετε ότι $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$.

ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{|x|}{3} - \frac{|x|+4}{5} = \frac{2}{3}$.

β) Να λύσετε την ανίσωση: $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$.

γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του α) ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης του β) ερωτήματος;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται μία αριθμητική πρόοδος (α_n) και οι τρεις πρώτοι όροι της είναι οι

$$\alpha_1 = x, \alpha_2 = 2x^2 - 3x - 4, \alpha_3 = x^2 - 2 \text{ με } x \in \mathbb{Z}$$

α) Να αποδείξετε ότι $x = 3$.

β) Να βρείτε το n -οστό όρο της προόδου και να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει όρος της προόδου ο οποίος να είναι ίσος με 2024.

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα $S = \alpha_5 + \dots + \alpha_{15}$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{4x^2 - 2(\alpha+3)x + 3\alpha}{2x-3}$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

- β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 2x - a$, για κάθε x που ανήκει στο πεδίο ορισμού της f .
- γ) Να βρείτε την τιμή του $a \in \mathbb{R}$, αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1, -1)$.
- δ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Schools.patakis.gr