ΠΡΩΤΟΤΥΠΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗ Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΑΝΤΩΝΗΣ ΣΑΡΡΗΓΙΑΝΝΗΣ

ΠΑΡΟΡΑΜΑΤΑ

Σελίδα 144, 1.12, δ, αριστερή στήλη, 2η γραμμή:
το σωστό είναι: $\frac{dU}{dp} = -\upsilon$ και όχι $\frac{dU}{dt} = -\upsilon$.

Σελίδα 202, 1.53, Γ, α, αριστερή στήλη, 11η γραμμή,
το σωστό είναι: $\Delta\hat{\varphi} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ και όχι $\Delta\hat{\varphi} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$.

Σελίδα 306, 3.19, γ, αποτέλεσμα:
το σωστό είναι: *ω = 156,75 rad/s* και όχι *ω = 156,75 m/s*.

$$\frac{dU}{dp} = \frac{\frac{dU}{dt}}{\frac{dp}{dt}} = \frac{-\frac{dK}{dt}}{\frac{dp}{dt}} = \frac{-\Sigma F \cdot \upsilon}{\Sigma F} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \mathbf{\frac{dU}{dp} = -\upsilon}$. Επομένως:

$$\left(\frac{dU}{dp}\right)_{\frac{T}{6}} = -\upsilon_{\frac{T}{6}} \quad (2)$$

Για την ταχύτητα $\upsilon = f(t)$ του ταλαντωτή έχουμε:

i) *Για* $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ *rad:*

$$\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{6}\right).$$

Για $t = \frac{T}{6}$ s είναι:

$$\upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} \Rightarrow \mathbf{\upsilon_{\frac{T}{6}} = 0}.$$

Έτσι, από τη σχέση (1): $\left(\frac{\mathbf{dK}}{\mathbf{dp}}\right)_{\frac{T}{6}} \mathbf{= 0}$

και από τη σχέση (2): $\left(\frac{\mathbf{dU}}{\mathbf{dp}}\right)_{\frac{T}{6}} \mathbf{= 0}$.

ii) *Για* $\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}$ *rad:*

$$\upsilon = \omega A \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \frac{11\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{11\pi}{6}\right).$$

Για $t = \frac{T}{6}$ s είναι:

$$\upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{T}\frac{T}{6} + \frac{11\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu \frac{13\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{2\pi A}{T} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{\upsilon_{\frac{T}{6}} = \frac{\sqrt{3}\,\pi A}{T}\ m/s.}$$

Έτσι, από τη σχέση (1):

$$\left(\frac{\mathbf{dK}}{\mathbf{dp}}\right)_{\frac{T}{6}} \mathbf{= \frac{\sqrt{3}\,\pi A}{T}\ m/s}$$

και από τη σχέση (2):

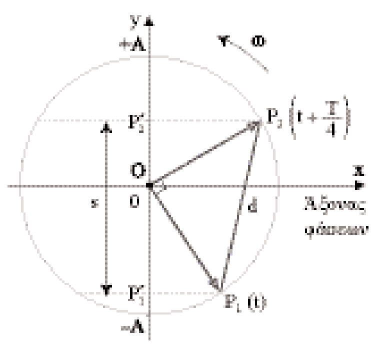
$$\left(\frac{\mathbf{dU}}{\mathbf{dp}}\right)_{\frac{T}{6}} \mathbf{= -\frac{\sqrt{3}\,\pi A}{T}\ m/s.}$$

ε. Στο χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{4}$ s, καθώς ο ταλαντωτής κινείται από τη μια ακραία θέση προς την άλλη, το περιστρεφόμενο διάνυσμα που περιγράφει την Α.Α.Τ. διαγράφει γωνία:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \text{ ή } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{T}\frac{T}{4} \text{ ή}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Ανάμεσα σε δύο τυχαίες στιγμές t και και $t + \frac{T}{4}$ το περιστρεφόμενο διάνυσμα της Α.Α.Τ. μετακινείται, για παράδειγμα, από τη θέση $\overrightarrow{OP_1}$ στη θέση $\overrightarrow{OP_2}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η προβολή του ευθύγραμμου τμήματος $P_1P_2 = d$ στον άξονα y δίνει το



Η εξίσωση $x = f(t)$ της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί η μάζα m θα έχει τη μορφή
$x = A'ημ[ωt +$ (μικρότερη αρχική φάση) $+ θ] \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = A'ημ\left(ωt + \frac{π}{6} + θ\right) \ (1)$$

- Αλλά $ω = ω_1 = ω_2 \Rightarrow ω = 5π$ rad/s.
- Η διαφορά φάσης $Δ\hat{φ}$ μεταξύ των περιστρεφόμενων διανυσμάτων $\vec{A}_1$ και $\vec{A}_2$ είναι:

$$Δ\hat{φ} = \frac{2π}{3} - \frac{π}{6} \Rightarrow Δ\hat{φ} = \frac{π}{2} \text{ rad.}$$

Το πλάτος A′ της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2συνΔφ} \Rightarrow$$

$$\xRightarrow[A_1 = A_2 = A]{Δφ = \frac{π}{2} \text{ rad}} A' = \sqrt{2A^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A' = A\sqrt{2} \Rightarrow \mathbf{A' = 0{,}5\sqrt{2}\ m.}$$

Από το διάγραμμα των περιστρεφόμενων διανυσμάτων προκύπτει:

$$εφθ = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow εφθ = \frac{A}{A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow εφθ = 1 \Rightarrow \hat{θ} = \frac{π}{4} \text{ rad.}$$

Αντικαθιστώντας λοιπόν στη σχέση (1), έχουμε:

$$x = A'ημ\left(ωt + \frac{π}{6} + θ\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0{,}5\sqrt{2}\,ημ\left(5πt + \frac{π}{6} + \frac{π}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{x = 0{,}5\sqrt{2}\,ημ\left(5πt + \frac{5π}{12}\right)} \text{ (S.I.)}$$

β. Η δύναμη επαναφοράς $Σ\vec{F}$ της συνισταμένης ταλάντωσης θα γίνει για πρώτη φορά μέγιστη κατά μέτρο όταν θα γίνει $x = +A'$ για πρώτη φορά. Αυτό θα γίνει τη στιγμή t_1 που το περιστρεφόμενο διάνυσμα $\vec{A}'$ της σύνθετης Α.Α.Τ. θα έχει διαγράψει τη γωνία $A'\hat{O}y = Δ\hat{φ}$. (Δείτε ξανά το διάγραμμα με τα περιστρεφόμενα διανύσματα.)

Όμως $A'\hat{O}y = Δ\hat{φ} = \frac{π}{2} - \frac{5π}{12} \Rightarrow$

$$\Rightarrow Δ\hat{φ} = \frac{π}{12} \text{ rad.}$$

Επομένως:
Τόξο 2π rad διαγράφεται σε T s
Τόξο $\frac{π}{12}$ rad διαγράφεται σε t_1

$$2πt_1 = \frac{π}{12}T \Rightarrow t_1 = \frac{T}{24} \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{0{,}4}{24} \Rightarrow \mathbf{t_1 = \frac{1}{60}\ s.}$$

γ. $ΣF = -Dx$, οπότε κατά μέτρο:

$$ΣF_{max} = DA' \Rightarrow ΣF_{max} = mω^2A' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ΣF_{max} = 1 \cdot (5π)^2 \cdot 0{,}5\sqrt{2} \text{ N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{ΣF_{max} = 125\sqrt{2}\ N.}$$

1.54 Α. α. • Τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι $x = 0$ και $\frac{dx}{dt} = υ > 0$.

Επομένως η αρχική φάση της Α.Α.Τ. είναι $\mathbf{φ_{0_1} = 0}$ **rad**.

- Ο ταλαντωτής φτάνει στη θέση $x = +A_1$ για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $\frac{T_1}{4}$, για δεύτερη φορά τη στιγμή $T_1 + \frac{T_1}{4}$, για τρίτη φορά τη χρονική στιγμή $2T_1 + \frac{T_1}{4}$ ...

Με αυτή τη λογική, ο ταλαντωτής θα φτάνει για 11η φορά στη θέση $x = +A_1$ τη χρονική στιγμή

$$t_1 = 10T_1 + \frac{T_1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10T_1 + \frac{T_1}{4} = 4{,}1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgR + \frac{1}{2}M\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}I_O\omega_0^2 =$$

$$= mgr + \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I'_O\frac{\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgR + \frac{1}{2}M\upsilon_0^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}MR^2\omega_0^2 =$$

$$= mgr + \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2\frac{\upsilon^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MgR + \frac{1}{2}M\upsilon_0^2 + \frac{1}{4}MR^2\omega_0^2 =$$

$$= mgr + \frac{3}{4}m\upsilon^2 \Rightarrow \frac{3}{4}m\upsilon^2 =$$

$$= 76 - mgr \ (1)$$

Η αρχική μάζα M του ρολού είναι:

$M = \varrho V_I \Rightarrow M = \varrho\pi R^2 h$ (2),

όπου ϱ είναι η πυκνότητα και h το ύψος του κυλινδρικού ρολού. Η τελική μάζα m θα είναι:

$m = \varrho V_{II} \Rightarrow m = \varrho\pi r^2 h$ (3)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (2), έχουμε:

$$\frac{(3)}{(2)} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow m = \frac{Mr^2}{R^2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow m = 0{,}64$ kg.

Έτσι από τη σχέση (1) έχουμε:

$0{,}48\upsilon^2 = 76 - 0{,}64 \cdot 10 \cdot 0{,}08 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}48\upsilon^2 = 75{,}5 \Rightarrow \upsilon^2 = 157{,}3 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ **$\upsilon = 12{,}54$ m/s.**

Ακόμα:

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} \Rightarrow \omega = \frac{12{,}54}{0{,}08} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ **$\omega = 156{,}75$ rad/s.**

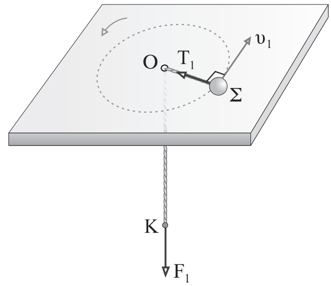
3.20 α. Αφού το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό, η δύναμη $\vec{F}$ μεταφέρεται και στο σώμα Σ με μορφή τάσης. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως:

$$T_1 = F_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{R_1} \Rightarrow F_1 = m\omega_1^2 R_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = 4\pi^2 m f_1^2 R_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1 = \sqrt{\frac{F_1}{4\pi^2 m R_1}} \Rightarrow f_1 = \sqrt{\frac{64}{4}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ **$f_1 = 4$ Hz.**



Η αναδιάταξη της τροχιάς του σώματος γίνεται χωρίς τη δράση εξωτερικών ροπών. Ισχύει επομένως η αρχή διατήρησης της στροφορμής. Έχουμε:

$$\vec{L}_{\alpha\varrho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon_1 R_1 = m\upsilon_2 R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\pi R_1^2 f_1 = 2\pi R_2^2 f_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{R_1^2 f_1}{R_2^2} \Rightarrow \mathbf{f_2 = 25\ Hz}.$$

β. Θα είναι:

$$F_2 = T_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = m\omega_2^2 R_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = 4\pi^2 m f_2^2 R_2 \Rightarrow \mathbf{F_2 = 1.000\ N}.$$

γ. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για τη μετακίνηση του σώματος:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow W_F =$$

$$= \frac{1}{2}m4\pi^2 f_2^2 R_2^2 - \frac{1}{2}m4\pi^2 f_1^2 R_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = 2\pi^2 m(f_2^2 R_2^2 - f_1^2 R_1^2) \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ **$W_F = 84$ J.**

δ. Το σώμα και στις δύο περιπτώσεις εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως η ταχύτητά του έχει σταθερό