

ΑΛΥΤΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μελέτησες επαρκώς τις λυμένες;



Α' Ομάδα

1. Να λύσετε τα ακόλουθα συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης και με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών.

$$\alpha) \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ x = 2 \end{cases}, \beta) \begin{cases} -x + 2y = 10 \\ x + 3y = 10 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} 5x + 7y = 1 \\ x + 2y = -4 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + y = 12 \end{cases}$$

$$\epsilon) \begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ -2x - 3y = 23 \end{cases}, \sigma\tau) \begin{cases} 4x - 5y = -6 \\ 7x + 3y = 13 \end{cases}, \zeta) \begin{cases} 5x + 2y = 7 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases}, \eta) \begin{cases} 7x - 11y = -3 \\ -3x + 9y = -3 \end{cases}$$

2. Να λύσετε τα συστήματα: $\alpha) \begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ -12x + 8y = 1 \end{cases}, \beta) \begin{cases} 15x - 6y = 5 \\ 3x + 6y = 7 \end{cases}$

3. Να λύσετε τα συστήματα: $\alpha) \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -6x + 9y = 2 \end{cases}, \beta) \begin{cases} -5x + 7y = 2 \\ 15x - 21y = 5 \end{cases}$

$$\gamma) \begin{cases} 2x + 5y = 6 \\ 8x + 20y = 24 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 9x - 6y = 2 \\ -18x + 12y = -4 \end{cases}$$

4. Να λύσετε τα συστήματα: $\alpha) \begin{cases} 3(x + y) - 5(y - x) = 14 \\ 3(x + y) - 2(x - y) = 7 \end{cases}, \beta) \begin{cases} 2(x + y) - 7 = y \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

$$\gamma) \begin{cases} 2(x - 3y) + 3(y - 2x) = 9 \\ 3(2x + 3y) - 2(x - 5y) = 7 \end{cases}, \delta) \begin{cases} 4(2x + 5y) - 3(6y + x) = 6 \\ 3(-x + 3y) + 5(x - y) = 2 \end{cases}$$

5. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} -x + \frac{y}{2} = 2 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}, \beta) \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{23}{12} \\ 2x + 7y = -2 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

$$\delta) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{2x+y}{5} - y = -4 \end{cases}, \epsilon) \begin{cases} \frac{x+y}{8} + \frac{x-y}{6} = 5 \\ \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{3} = 10 \end{cases}, \sigma\tau) \begin{cases} \frac{2x+y}{3} - \frac{3x+2y}{6} = -1 \\ \frac{4x+2y}{3} - \frac{3x+5y}{5} = -\frac{42}{5} \end{cases}$$

$$\zeta) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{6} = \frac{3}{2} \\ \frac{x}{7} + \frac{y}{5} = 2 \end{cases}, \eta) \begin{cases} \frac{x+2y}{2} - \frac{3x-2y}{6} = \frac{4y}{3} \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{2y-x+2}{6} \end{cases}$$

6. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x - y = 1 \\ y^2 + xy = 10 \end{cases}, \beta) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x^2 - y^2 = 7 \end{cases}, \gamma) \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - 5y = -1 \end{cases}, \delta) \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x^2 + y = 3 \end{cases}.$$

7. Ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο 38 cm και εμβαδόν 84 cm². Να βρεθούν οι διαστάσεις του.

8. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B για καθεμιά από τις περιπτώσεις:

$$\alpha) A(2, 4) \text{ και } B(3, 2), \beta) A(-1, 1) \text{ και } B(3, 7), \gamma) A(2, -2) \text{ και } B\left(3, -\frac{10}{3}\right).$$

9. Να βρεθούν δύο αριθμοί με διαφορά 7 και άθροισμα 23.

10. Να βρεθούν δύο αριθμοί με λόγο $\frac{3}{4}$ και διαφορά 6.

11. Σε ένα ξενοδοχείο με 101 κρεβάτια έχουμε 44 δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Να βρείτε το πλήθος των δίκλινων και τρίκλινων δωματίων.

12. Ένας χημικός εκτελώντας ένα πείραμα θέλει να παρασκευάσει 375 gr διαλύματος περιεκτικότητας 20%, αναμειγνύοντας δύο διαλύματα A και B με περιεκτικότητες 12% και 36% αντίστοιχα. Να βρείτε πόσα γραμμάρια χρειαζόμαστε από τα διαλύματα A και B.

Β' Ομάδα

13. Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} |x - 3| + |y - 1| = 8 \\ 2|x - 3| - 3|y - 1| = 1 \end{cases}, \beta) \begin{cases} 2|x + 1| + 3|y + 3| = 7 \\ 3|x + 1| - |y + 3| = 5 \end{cases},$$

$$\gamma) \begin{cases} 2\sqrt{2x + 3} - \sqrt{y - 1} = 4 \\ \sqrt{2x + 3} + 2\sqrt{y - 1} = 7 \end{cases}, \delta) \begin{cases} \frac{2}{x - 1} + \frac{3}{y + 5} = 14 \\ \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{y + 5} = 2 \end{cases}.$$

14. Να βρεθούν δύο παραπληρωματικές γωνίες με διαφορά 36°.

15. Αν η λύση του συστήματος $\begin{cases} ax + 3y = 11 \\ x - \beta y = -7 \end{cases}$ είναι $(x, y) = (1, 2)$, να βρεθούν τα α και β.

16. Να βρείτε τα α και β, ώστε η εξίσωση $x^2 - (2\alpha + 1)x + 2\beta = 0$ να έχει λύση $x = 2$ και η εξίσωση $x^2 - (\beta + 2)x + 5\alpha = 0$ να έχει λύση $x = 3$.

- 17.** Αν ελαττώσουμε τη βάση ενός ορθογωνίου κατά 5 και αυξήσουμε την άλλη πλευρά κατά 2, το εμβαδόν του ελαττώνεται κατά 20. Αν όμως αυξήσουμε τη βάση κατά 8 και ελαττώσουμε την άλλη πλευρά κατά 3, το εμβαδόν παραμένει το ίδιο. Να βρείτε τις διαστάσεις του.
- 18.** Το άθροισμα των πλευρών δύο τετραγώνων είναι 8 και η διαφορά των εμβαδών τους είναι 16. Να βρείτε τις πλευρές των τετραγώνων αυτών.
- 19.** Σε ένα τρίγωνο ABΓ έχουμε ότι η ευθεία AB έχει εξίσωση $y = 3x - 8$, η ευθεία ΑΓ έχει εξίσωση $y = -x$ και η ευθεία ΒΓ έχει εξίσωση $y = -2x + 6$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου.
- 20. α)** Να βρεθούν οι οξείες γωνίες x, y για τις οποίες ισχύει ότι:
- $$\begin{cases} \text{συν}^2 y - \eta\mu x = 0 \\ \sqrt{8}\text{συν} y + 2\eta\mu x = 3 \end{cases}$$
- β)** Πώς διαφοροποιείται το αποτέλεσμα, αν η γωνία x είναι αμβλεία;



ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Απαντήσεις πολλαπλής επιλογής: 1. Α, 2. Δ, 3. Δ, 4. Δ, 5. Γ.

- 1. α)** $(x, y) = (2, 3)$, **β)** $(x, y) = (-2, 4)$, **γ)** $(x, y) = (10, -7)$, **δ)** $(x, y) = (5, -3)$, **ε)** $(x, y) = (-4, -5)$,
στ) $(x, y) = (1, 2)$, **ζ)** $(x, y) = (3, -4)$, **η)** $(x, y) = (-2, -1)$.
- 2. α)** $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, 2\right)$, **β)** $(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{6}\right)$.
- 3. α), β)** Αδύνατα, **γ)** $(x, y) = \left(x, -\frac{2}{5}x + \frac{6}{5}\right)$, **δ)** $(x, y) = \left(x, \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}\right)$.
- 4. α)** $(x, y) = (2, 1)$, **β)** $(x, y) = (4, -1)$, **γ)** $(x, y) = (-3, 1)$, **δ)** $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, -\frac{1}{8}\right)$.
- 5. α)** $(x, y) = (-1, 2)$, **β)** $(x, y) = (13, -4)$, **γ)** $(x, y) = (5, 4)$, **δ)** $(x, y) = (8, 9)$, **ε)** $(x, y) = (x, 7x - 120)$,
στ) $(x, y) = (-6, 12)$, **ζ)** $(x, y) = (7, 5)$, **η)** $(x, y) = \left(x, \frac{5}{8}x - \frac{1}{2}\right)$.
- 6. α)** $(x, y) = (3, 2)$ ή $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$, **β)** $(x, y) = (2, 1)$ ή $(-8, 11)$, **γ)** $(x, y) = (2, 1)$ ή $(3, 2)$,
δ) $(x, y) = (\pm\sqrt{2}, 1)$ ή $(\pm\sqrt{5}, -2)$.
- 7.** 7 cm, 12 cm.
- 8. α)** $2x + y - 8 = 0$, **β)** $3x - 2y + 5 = 0$, **γ)** $4x + 3y - 2 = 0$.
- 9.** 8 και 15. **10.** 18 και 24 ή -18 και -24. **11.** 31 δίκλινα και 13 τρίκλινα. **12.** 250 gr Α, 125 gr Β.
- 13. α)** $(x, y) = (8, 4)$ ή $(x, y) = (8, -2)$ ή $(x, y) = (-2, 4)$ ή $(x, y) = (-2, -2)$, **β)** $(x, y) = (-3, -2)$
ή $(x, y) = (-3, -4)$ ή $(x, y) = (1, -4)$ ή $(x, y) = (1, -2)$, **γ)** $(x, y) = (3, 5)$, **δ)** $(x, y) = \left(\frac{5}{4}, -\frac{9}{2}\right)$.
- 14.** $108^\circ, 72^\circ$. **15.** $(\alpha, \beta) = (5, 4)$. **16.** $(\alpha, \beta) = (6, 11)$. **17.** 40, 18.
- 18.** 3, 5. **19.** $A(2, -2)$, $B\left(\frac{14}{5}, \frac{2}{5}\right)$, $\Gamma(6, -6)$.
- 20. α)** $(x, y) = (30^\circ, 45^\circ)$, **β)** $(x, y) = (150^\circ, 45^\circ)$.