

7 Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) ισχύει ότι:

$$\hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}.$$

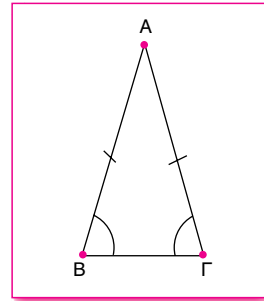
ΛΥΣΗ

Έστω $\hat{B} = \hat{C}$, οπότε

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ ή } \hat{A} + \hat{B} + \hat{B} = 180^\circ \text{ ή}$$

$$\hat{A} + 2\hat{B} = 180^\circ \text{ ή } 2\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} \text{ ή}$$

$$\hat{B} = (180^\circ - \hat{A}) : 2, \text{ άρα } \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2}.$$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

ΝΕΟΥ ΤΥΠΟΥ

Να κυκλώσετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο οι γωνίες είναι:
Α. 60° Β. 45° Γ. 40° Δ. 30°
2. Κάθε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο έχει γωνίες:
Α. 60° Β. 45° Γ. 40° Δ. 30°
3. Σε ισοσκελές τρίγωνο με μία γωνία 100° υπάρχει γωνία ίση με:
Α. 60° Β. 45° Γ. 40° Δ. 30°
4. Αν σε τρίγωνο δύο γωνίες είναι ίσες με 110° και 40° , η τρίτη γωνία είναι:
Α. 60° Β. 45° Γ. 40° Δ. 30°
5. Σε τρίγωνο με μέτρα γωνιών $3x$, $4x$, $5x$ δεν υπάρχει γωνία:
Α. 60° Β. 45° Γ. 15° Δ. 75°

ΑΛΥΤΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Μελέτησε επαρκώς
τις λυμένες;

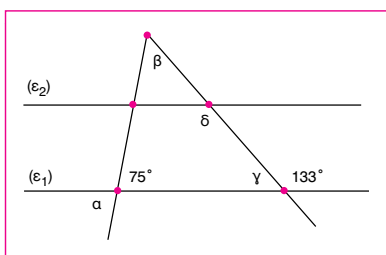


Α΄ Ομάδα

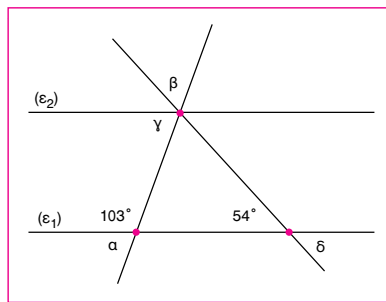
1. Να υπολογίσετε τη γωνία Β του τριγώνου ΑΒΓ, όταν:
α) $\hat{C} = 103^\circ$, $\hat{A} = 38^\circ$, β) $\hat{C} = 76^\circ$, $\hat{A} = 47^\circ$, γ) $\hat{C} = 116^\circ$, $\hat{A} = 15^\circ$.

2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) γνωρίζουμε ότι η μία οξεία γωνία του είναι 33° . Να βρεθεί η άλλη γωνία του.
3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) γνωρίζουμε ότι η μία οξεία γωνία είναι πενταπλάσια της άλλης. Να βρεθούν οι οξείες γωνίες του.
4. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο η μία οξεία είναι 24° μεγαλύτερη από την άλλη οξεία. Να βρεθούν οι οξείες γωνίες του ορθογώνιου τριγώνου.
5. Σε τρίγωνο η μία γωνία είναι επταπλάσια της πρώτης και η τρίτη είναι δεκαπλάσια της πρώτης. Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου.
6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο του οποίου μία γωνία είναι 120° . Να βρεθούν οι υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου.
7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο του οποίου μία γωνία είναι 70° . Να βρεθούν οι υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου.
8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο του οποίου μία γωνία είναι 60° . Να αποδείξετε ότι είναι ισόπλευρο.
9. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός πενταγώνου $AB\Gamma\Delta E$ είναι 540° .
10. Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ στα ακόλουθα σχήματα.

α)



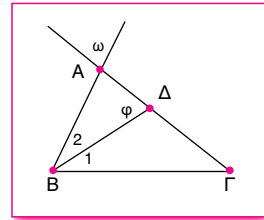
β)



11. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{A} = 4x$, $\hat{B} = 5x + 25^\circ$, $\hat{\Gamma} = 2x + 45^\circ$, να υπολογιστούν οι γωνίες του.
12. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε $\hat{A} = 36^\circ$ και $\hat{B} = 8\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.
13. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η εξωτερική γωνία A είναι 138° και η γωνία $B = 46^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία Γ .

Β' Ομάδα

14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και $\hat{A} = 36^\circ$. Φέρνουμε τη διχοτόμο BD . Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Gamma D$, ABD είναι ισοσκελή.
15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 75^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$ και AD το ύψος του. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AD\Gamma$ είναι ισοσκελές.
16. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 84^\circ$ και οι διχοτόμοι των γωνιών B , Γ , όπου D το σημείο τομής τους. Να υπολογίσετε τη γωνία $B\Delta\Gamma$.
17. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και AD διχοτόμος του. Από το D φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την AB η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.
18. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$). Να φέρετε το ύψος AD και να αποδείξετε ότι $\hat{\Delta A\Gamma} = \hat{B}$ και $\hat{\Delta A B} = \hat{\Gamma}$.
19. Αν για το διπλανό σχήμα γνωρίζετε ότι $\hat{\omega} = 82^\circ$, $\hat{\phi} = 78^\circ$ και BD είναι η διχοτόμος της γωνίας B , να βρεθεί η γωνία Γ .



ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ



Απαντήσεις πολλαπλής επιλογής: 1. Α, 2. Β, 3. Γ, 4. Δ, 5. Γ.

1. α) 39° , β) 57° , γ) 49° . 2. 57° . 3. $15^\circ, 75^\circ$. 4. $33^\circ, 57^\circ$.
5. $10^\circ, 70^\circ, 100^\circ$. 6. 30° . 7. 1η περίπτωση: $55^\circ, 55^\circ$, 2η περίπτωση: $70^\circ, 40^\circ$.
9. Να φέρετε τις διαγώνιες $A\Gamma$, AD και να πάρετε το άθροισμα των γωνιών των τριγώνων $AB\Gamma$, $A\Gamma D$, ADE .
10. α) $\hat{\alpha} = 75^\circ$, $\hat{\gamma} = 47^\circ$, $\hat{\delta} = 133^\circ$, $\hat{\beta} = 58^\circ$, β) $\hat{\alpha} = 77^\circ$, $\hat{\delta} = 54^\circ$, $\hat{\gamma} = 77^\circ$, $\hat{\beta} = 49^\circ$.
11. $x = 10^\circ$, $\hat{A} = 40^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$, $\hat{\Gamma} = 65^\circ$. 12. $\hat{\Gamma} = 16^\circ$, $\hat{B} = 128^\circ$.
13. $\hat{\Gamma} = 92^\circ$. 14. $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 72^\circ$, $\hat{\Delta B\Gamma} = \hat{\Gamma A B} = \hat{\Delta B A} = 36^\circ$.
15. $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta A\Gamma} = 45^\circ$. 16. $\hat{B} + \hat{\Gamma} = 96^\circ$, $\hat{B\Delta\Gamma} = 132^\circ$. 17. $\hat{B A D} = \hat{\Delta A\Gamma} = \hat{A D E}$.
18. $\hat{\Delta A\Gamma} = \hat{B} = 90^\circ - \hat{\Gamma}$, $\hat{\Delta A B} = \hat{\Gamma} = 90^\circ - \hat{B}$. 19. $\hat{B}_2 = 20^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$, $\hat{\Gamma} = 58^\circ$.